Philipps-Universität Marburg **Wintersemester 2015/16**
Fachbereich Mathematik und Informatik
Prof. Dr. B. Schmitt, B. Küster

Übungen zur Linearen Optimierung
10. Aufgabenblatt

Aufgabe 1 Das Polyeder $X = \{x \in \mathbb{R}^3 : Ax \geq b\}$ mit (4)

$$A = \begin{pmatrix} -2 & -1 & -1 \\ 0 & -2 & -1 \\ 1 & -2 & -1 \\ 0 & 1 & -1 \end{pmatrix} \quad \text{und} \quad b = \begin{pmatrix} -2 \\ -1 \\ -2 \\ -1 \end{pmatrix}$$

besitzt nur die beiden Ecken $x^{(1)} = (-1, 0, 1)^T$ und $x^{(2)} = (\frac{1}{2}, 0, 1)^T$. Bestimmen Sie eine endliche Darstellung des Ausdehnungskegels $O^+(X) = \text{keg}(y^{(1)}, \ldots, y^{(l)})$ und geben Sie damit eine endliche Darstellung von X an.

Aufgabe 2 Mit $A \in \mathbb{R}^{m \times n}, b \in \mathbb{R}^m$, sei $X := \{x \in \mathbb{R}^n : Ax \geq b\} \neq \emptyset$. Eine praktisch (4)
wichtige Frage ist, ob eine zusätzliche Bedingung $d^\mathsf{T} x \geq \eta$ an der Gestalt dieser Menge etwas ändert. Wenn dies nicht der Fall ist, d.h. wenn $X = X \cap H^\oplus(d, \eta) \subseteq H^\oplus(d, \eta)$ gilt, nennt man diese Ungleichung *redundant* für X. Zeigen Sie mit dem Satz von Farkas (bzw. mit einer seiner Alternativformulierungen): *Die Ungleichung $d^\mathsf{T} x \geq \eta$ ist genau dann redundant für X, wenn*

$$\exists\, u \geq 0 : u^\mathsf{T} A = d^\mathsf{T}, u^\mathsf{T} b \geq \eta.$$

Abgabe: Donnerstag, 14.01.15, vor der Vorlesung.