Philipps-Universität Marburg **Wintersemester 2015/16**
Fachbereich Mathematik und Informatik
Prof. Dr. B. Schmitt, B. Küster

Übungen zur Linearen Optimierung
6. Aufgabenblatt

Aufgabe 1 (4)
Lösen Sie das Lineare Programm

$$\begin{array}{rcrcr} & \min x_1 - 2x_2 & & & \\ x_1 & + & 2x_2 & \geq & 1 \\ -2x_1 & + & 3x_2 & \geq & -5 \\ -x_1 & - & x_2 & \geq & -3 \\ & x_1, x_2 \geq 0 & & & \end{array}$$

mit dem Simplex-Tableau-Verfahren. Führen Sie dabei eine Anlaufrechnung nach der Groß-M-Methode durch.

Aufgabe 2 Beweisen oder widerlegen Sie, dass die folgenden Mengen konvex sind: (4)

- $M_1 := \{x \in \mathbb{R}^n : a_1x_1 + \ldots + a_nx_n > a_0\}$ für gegebene $a_0, a_1, \ldots, a_n \in \mathbb{R}$;
- $M_2 := \{x \in \mathbb{R}^n : \|x\|_2 := \sqrt{x_1^2 + \ldots + x_n^2} = 1\}$;
- $M_3 := \{x \in \mathbb{R}^n : (a_{11}x_1 + \ldots + a_{1n}x_n)^2 + \ldots + (a_{n1}x_1 + \ldots + a_{nn}x_n)^2 \leq 1\}$
für gegebene $a_{ij} \in \mathbb{R}$, $i, j = 1, \ldots, n$;
- $M_4 := \alpha A + \beta B$, wobei $A, B \subset \mathbb{R}^n$ konvexe Mengen sind und $\alpha, \beta \in \mathbb{R}$.

Aufgabe 3 (3)

Gegeben sei die Menge

$$M := \left\{x \in \mathbb{R}^n : x_n \geq \sqrt{1 + x_1^2 + \ldots + x_{n-1}^2}\right\} \subset \mathbb{R}^n.$$

(i) Zeigen Sie, dass M konvex ist.

(ii) Es sei nun $z = (z_1, \ldots, z_n) \in \mathbb{R}^n$ beliebig. Weisen Sie direkt nach, dass mit

$$a^T := \left(-z_1, \ldots, -z_{n-1}, \sqrt{1 + z_1^2 + \ldots + z_{n-1}^2}\right)$$

gilt: $M \subset H^{\oplus}(a, 1)$.

Abgabe: Donnerstag, 26.11.15, vor der Vorlesung.