Fachbereich Mathematik & Informatik
Philipps-Universität Marburg
Prof. Ilka Agricola

Sommersemester 2022
Themenbeschreibungen

Seminar zu Mathematische Modellen

Die Themen können am besten in Zweier-Gruppen bearbeitet werden. Die Literatur zu den einzelnen Themen besprechen wir gemeinsam, sobald Sie sich für ein Thema entschieden haben. Selbstverständlich dürfen und sollten Sie auch selber nach Literatur suchen, auch hier können wir Ihnen Tipps geben (z. B. können Sie Herrn Mayerle in der Bibliothek fragen, der Ihnen bei der Suche geeigneter Bücher behilflich sind). Andere Themen als die hier genannten sind ebenfalls möglich, bitte melden Sie sich dann früh genug!

Nicht erwünscht sind Vorträge oder Ausarbeitungen, die sich im wesentlichen auf die Wiedergabe von Wikipedia-Artikeln oder anderen Internet-Seiten beschränken!

Die folgenden Themen können ohne Bezug zu anderen Präsentationen bearbeitet werden:

1. **Kegelschnitte und Dandelin'sche Kugeln**
   Die sog. Dandelin'schen Kugelmodelle dienen einer elementargeometrischen Beschreibung der Kegelschnitte. Mit ihnen lässt sich z.B. leicht beweisen, warum die Scheiben einer schräg angeschnittenen Salami wirklich elliptisch sind ... auch für Vegetarier geeignet!

2. **Die Traktrix und ihre Anwendungen**
   Die Traktrix („Schleppkurve“) ist die Kurve, die entsteht, wenn man einen Gegenstand an einer Stange fester Länge entlang zieht. Sie hat weitreichende Anwendungen vom Straßenbau bis zur Differentialgeometrie.

3. **Harmonischer Analysator**
   Dies ist ein mechanisches Gerät, um aus einem Frequenzgemisch alle harmonischen Oberschwingungen zu ermitteln, d.h. mit diesem Gerät kann man die Fourierkoeffizienten einer periodischen Funktion bestimmen. Kann kombiniert werden mit einem Vortrag über Planimeter, da ein solches Planimeter (= Gerät zum Ausmessen von Flächeninhalten) Bestandteil eines harmonischen Analysators ist.

4. **Spirograph**
   Häufig als Spielzeug verkauft: Mit dem Spirograph können man unterschiedliche interessante Kurven (Hypotrochoiden, Zykloiden, Epitrochoiden usw.) gezeichnet werden. Zum Beispiel ist die Zykloide die Kurve, die von einem Gegenstand auf einem rollenden Rad (etwa das Katzenauge am Fahrrad!) gezeichnet wird.

5. **Die Enigma-Chiffriermaschine**
   Die Enigma war eine von der Wehrmacht entwickelte Chiffriermaschine, deren Entschüsselung wohl eine der wichtigsten mathematischen Leistungen aus der Zeit des zweiten Weltkriegs war – angeführt von Alan Turing, einem der Pioniere der modernen Informatik. Der Mechanismus ist der Höhepunkt der klassischen Kryptographie (moderne Verfahren sind ganz anders aufgebaut). Selbst Nachbauten einer Enigma-Maschine sind unbezahlbar, aber vor einigen Jahren konnte ich ein paar Zahnräder erwerben, mit den man den Mechanismus erklären und ausprobieren kann – nur gemacht hat es noch keiner... Übrigens: Passende Begleitliteratur ist der Krimi „Enigma“ von Robert Harris nebst seiner gleichnamigen Verfilmung (2001) oder der Film „The Imitation Game“ (2014).

   Ggf. kann man, wenn man noch vorhergehende Chiffriermethoden vorstellen möchte, hieraus zwei Vorträge machen.

6. **Slinky**
   Lange Spirale aus Metall oder Kunststoff, die mit etwas Geschick eine Treppe herunterlaufen kann. Mit dem Slinky kann man diverse Wellenphänomene veranschaulichen, eine interessante Differentialgleichung studieren und viel Spaß haben...

* * * * * * * * * * *

Diese Themen bauen aufeinander auf:

7. **Periodische Parkettierungen und Raumfüllungen**
   …Wie kann man den Raum und die Ebene lückenfrei und unendlich mit regelmäsigen Objekten füllen? Dies führt zu wunderbaren Bildern, Puzzles, Kristallographie…

8. **Aperiodische Parkettierungen**
   Diese wurden von Roger Penrose entdeckt. Sehr cool. Toll wäre ein Penrose-Muster an einer leeren Wand des Fachbereichs…

* * * * * * * * * * *

Diese Themen bauen aufeinander auf, müssen aber nicht alle bearbeitet werden:

9. **Die platonischen Körper und ihre Eigenschaften**
   Es sollen die platonischen Körper beschrieben und klassifiziert werden. Als Eigenschaften sollen besprochen werden: Wie kann man den Raum lückenlos mit platonischen Körpern ausfüllen? Welche Symmetriegruppen haben die platonischen Körper?

10. **Die archimedischen und Catalanischen Körper und ihre Eigenschaften**
    Es sollen diese Körper beschrieben und – summarisch –klassifiziert werden. Als Eigenschaften sollen besprochen werden: Wie entstehen diese Körper? Welche Symmetriegruppen und Packungseigenschaften haben sie? Anwendungen in Kristallographie, Chemie (Fullerene), Architektur (geodätische Kuppeln)? Schön wäre der Bau noch fehlender Modelle.

11. **Sternkörper**
    Sternköper sind nicht konvexe reguläre Polyeder, zudem ästhetisch sehr ansprechend und mathematisch faszinierend. Dieses Thema kann ggf. in einer Dreier-Gruppe mit dem vorhrigen behandelt werden, da die Abgrenzung schwierig ist. Schön wäre, wenn die Ausarbeitung in Form eines Posters für die Vitrine in der Bibliothek gestaltet werden könnte.

* * * * * * * * * * *

Diese Themen bauen aufeinander auf, müssen aber ebenfalls nicht alle bearbeitet werden:

12. **Elementares Multiplizieren – vom Abacus zu den Napier'schen Rechenstäbchen**
    Diese beiden Rechenhilfen sind keine Rechenmaschinen im eigentlichen Sinne, sondern eine sehr elaborierte Mischung aus Tabellenwerk und formalisiertem Multiplikationsalgorithmus. Dies soll genauer erklärt und ausprobiert[1] werden. Auch Rechentücher, der 'educated monkey' u. a. Varianten können mitbesprochen werden.

13. **Elementare Rechenmaschinen – vom Rechenschieber zum Addiator**
    Rechenschieber und Zahlenschieber sind technisch gesehen die ersten einfachen Geräte, bei denen wirklich mechanisch eine Rechnung durchgeführt wird. Sie basieren auf sehr unterschiedlichen Ansätzen. Diese und weitere historische Versuche auf dem Weg zu echten mechanischen Rechenmaschinen sollen hier beschrieben werden.

14. **Mechanische Rechenmaschinen I – Sprossenradmaschinen**
    Die Sprossenradmaschinen von Odhner und Brunsviga gehörten vor dem ersten Weltkrieg zu den erfolgreichsten mechanischen Rechenmaschinen – sie waren die ersten, die sich auf

[1] Den Ruf als 'geniale Mathematikerin' habe ich mir an der Grundschule meines Sohnes dadurch erworben, dass ich dem versammelten Lehrerkollegium aus dem Stand erklären konnte, wie ein japanischer Abakus funktioniert…I.A.

dem Markt behaupten konnten. Der Fachbereich besitzt mehrere Modelle aus unterschiedlichen Zeiten (ca.1916-1940), die hier zur Veranschaulichung herangezogen werden können – mit einem auffälligen „pling“, wenn der Benutzer versucht, durch null zu teilen.

15. **Mechanische Rechenmaschinen II – Seltene Maschinen**
    Neben dem Sprossenradmechanismus gibt es noch Staffelwalzenmaschinen, Schaltklinkenmaschinen und Zahnscheibenmaschinen – mit unterschiedlichen Anwendungszielen. Diese sollen erklärt und verglichen werden. Auch hier besitzt der FB zahlreiche Exponate.

16. **Mechanische Rechenmaschinen III – Die Curta**
    Der kleinste mechanische Vierspeziesrechner wurde von Curt Herzstark (1902-1988) in den 1930er Jahren entwickelt, ab 1948 begann die Produktion. Bis 1970 wurden etwa 140 000 Exemplare produziert. Sie ist der Gipfel der mechanischen Rechenkunst – und gleichzeitig ihr Ende.

17. **Die Rechenmaschine Friden Modell 130 von 1965**
    Dies ist einer der ersten Tischrechner mit Transistortechnologie, ziemlich groß und schwer, mit vierzeiligem Röhrendisplay – damals topaktuell und *sehr* teuer. Das Modell des Fachbereichs ist noch voll funktionsfähig und ein seltenes Museumsstück. Desweiteren gibt es noch diverse Tischrechenmaschinen gleichen Alters der Firma Diehl.

18. **Die Lochkartenrechner von IBM**
    Diese stehen vor gegenüber dem Hörsaal V und sind unsere schwersten Museumsstücke. Erwünscht wären ein paar Modelle, mit denen man bei Führungen den Sortieralgorithmus für Lochkarten erläutern kann.