Fachbereich Mathematik und Informatik
Universität Marburg
Prof. Dr. I. Heckenberger

Sommersemester 2010

Übungen zur Algebra II

– Blatt 1 –

Abgabe Dienstag, 20.04.2010, 12 Uhr s.t.

Aufgabe 1. (4 Punkte)
Man beweise, dass der Kern des Homomorphismus $\mathbb{Z}[x] \to \mathbb{R}$, der x auf $1+\sqrt{2}$ abbildet, ein Hauptideal ist, und finde einen Erzeuger für dieses Ideal.

Aufgabe 2. (4 Punkte)
Man beweise, dass die folgenden Polynome in $\mathbb{Q}[x]$ irreduzibel sind.

a) $x^2 + 27x + 213$,

b) $x^3 + 6x + 12$,

c) $8x^3 - 6x + 1$,

d) $x^3 + 6x^2 + 7$,

e) $x^5 - 3x^4 + 3$.

Aufgabe 3. (4 Punkte)
Man bestimme die normierten irreduziblen Polynome vom Grad 3 über dem Körper $\mathbb{F}_3 = \mathbb{Z}/3\mathbb{Z}$.

Aufgabe 4. (4 Punkte)
Sei α die reelle dritte Wurzel aus 2. Man berechne das Minimalpolynom von $1+\alpha^2$ über $\mathbb{Q}$.

Aufgabe 5. (4 Punkte)
Sei K ein Körper mit genau 8 Elementen. Man beweise oder widerlege: die Charakteristik von K ist 2.