

Übungen zur Algebra II

– Blatt 5 –

Abgabe Dienstag, 18.05.2010, 12 Uhr s.t.

Aufgabe 1. (4 Punkte)

Sei M/K eine Galoiserweiterung und sei n ein Teiler von $[M : K]$. Man beweise oder widerlege: Es gibt einen Zwischenkörper L mit $[L : K] = n$.

Aufgabe 2. (4 Punkte)

Sei L der Zerfällungskörper des Polynoms $f(x) = (x^2 - 2x - 1)(x^2 - 2x - 7)$ über \mathbb{Q} . Man bestimme die Galoisgruppe und alle Zwischenkörper der Erweiterung L/\mathbb{Q} explizit.

Aufgabe 3. (4 Punkte)

Sei L der Zerfällungskörper des Polynoms $f(x) = (x^2 - 2x - 1)(x^2 - 2x - 6)$ über \mathbb{Q} . Man bestimme die Galoisgruppe und alle Zwischenkörper der Erweiterung L/\mathbb{Q} explizit.

Aufgabe 4. (4 Punkte)

Sei M eine Galoiserweiterung eines Körpers K , deren Galoisgruppe $\text{Gal}(M/K)$ zur Gruppe $\mathbb{Z}/2\mathbb{Z} \times \mathbb{Z}/12\mathbb{Z}$ isomorph ist. Wieviele Zwischenkörper L gibt es mit

(a) $[L : K] = 4$, (b) $[L : K] = 9$, (c) $\text{Gal}(M/L) \cong \mathbb{Z}/4\mathbb{Z}$?

Aufgabe 5. (4 Punkte)

Sei M/K eine Galoiserweiterung und L ein Zwischenkörper. Man bestimme die Anzahl der Konjugierten von L in folgenden Fällen.

(a) $\text{Gal}(M/K)$ ist abelsch.

(b) $\text{Gal}(M/K) \cong S_3$, $[M : L] = 2$.

(c) $\text{Gal}(M/K) \cong S_3$, $[M : L] = 3$.