

Übungen zur Funktionentheorie I
— Blatt 11 —

Abgabe: Mittwoch, den 4.7.2007, vor der Vorlesung.

(1) (4 Punkte)

Bestimme die folgenden Residuen:

$$\operatorname{Res}_a \frac{\sin(z)}{1+z^n} \quad \text{für } a^n = -1,$$
$$\operatorname{Res}_0 \frac{1}{z^n} \cos\left(\frac{1}{z}\right) \quad \text{mit } n \in \mathbb{N} \text{ fest.}$$

(2) (3+3+3 Punkte)

Berechne jeweils das angegebene Integral mit Hilfe des Residuensatzes, skizziere dabei die Situation (Integrationsweg und Singularitäten).

(a)
$$\int_{|z-i|=\sqrt{2}} \frac{dz}{z^2 - 2z + 3}$$

(b)
$$\int_{\partial\mathbb{B}} \tan(\pi z) dz, \quad \mathbb{B} = \{z \in \mathbb{C} : |z| < 1\}.$$

(c)
$$\int_0^{2\pi} \frac{\cos(2t)}{5 - 4 \cos(t)} dt$$

Hinweis: Setze $z = e^{it}$.