

Übungen zur Linearen Algebra I

– Blatt 13 –

Abgabe Montag, 5.2.2007, 9.00 - 9.10 Uhr vor HG 4

***Aufgabe 50** (5 Punkte). Sei $A \in \mathbb{K}^{n \times n}$ invertierbar.

- Wie hängen die Eigenwerte von A mit denen von A^{-1} zusammen?
- Stellen Sie $\det(\lambda E_n - A^{-1})$ mit Hilfe des charakteristischen Polynoms von A dar.
- Wie ergeben sich die Koeffizienten des charakteristischen Polynoms von A^{-1} aus den Koeffizienten des charakteristischen Polynoms von A ?

***Aufgabe 51** (5 Punkte). Sei

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ -1 & 1 & -2 \\ 4 & -3 & 2 \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^{3 \times 3} .$$

- Zeigen Sie, dass A diagonalisierbar ist und bestimmen Sie ein $C \in \text{GL}(\mathbb{R}^n)$ mit $C^{-1}AC = D$, D Diagonalmatrix.
- Berechnen Sie A^5 .

***Aufgabe 52** (5 Punkte). Sei $A \in \mathbb{C}^{n \times n}$ normal, (c^1, \dots, c^n) eine Orthonormalbasis aus Eigenvektoren zu den Eigenwerten $\lambda_1, \dots, \lambda_n$. Zeigen Sie

- $\langle Ax|x \rangle_s = \sum_{j=1}^n \lambda_j |\langle x|c_j \rangle_s|^2$ für alle $x \in \mathbb{C}^n$,
- $\max \{ |\langle Ax|x \rangle_s| \mid \|x\|_s = 1 \} = \max \{ |\lambda_j| \mid j = 1, \dots, n \}$.

***Aufgabe 53** (3 Punkte). Sei V ein SPR, $T \in \text{Hom}(V)$ unitär. Zeigen Sie: Ist λ ein Eigenwert von T , so ist $|\lambda| = 1$.

Klausurtermin: Freitag, 9.2.2007, 14.15-16.45 Uhr, Audimax und HG 4, Hörsaalgebäude. Bedingungen wie bei der ersten Klausur (s. Übungsblatt 9).

Mündliche Prüfung in Linearer Algebra für Studierende im

Lehramt, neue Ordnung

Eine mündliche Prüfung ist für alle verbindlich vorgeschrieben, sie kann vor Beginn des SS 07 oder des WS 07/08 abgelegt werden.

Termine für die Prüfungen im Frühjahr 2007:

Für Studierende, die die Semesterklausuren mit insgesamt mindestens 5 Notenpunkten bestanden haben:

Anmeldung bis zum 9.3.2007 bei Frau Teubner, Zi. 8709, Ebene A8.

Prüfungstermine: 27.3., 28.3., 2.4., 3.4.2007.

Für Studierende, die die Wiederholungsklausur mit mindestens 5 Notenpunkten bestanden haben:

Anmeldung bis zum 5.4.2007 bei Frau Teubner.

Prüfungstermine: 11.4., 12.4.2007.

Eine sehr kleine und sehr subjektive Auswahl zum Thema **Humor in der Mathematik**, auch wenn ernsthafte Autoren ernstlich behaupten, dass

„Versuche, Mathematik durch Humor aufzulockern ein Teil der allgemeinen Verwilderung der wissenschaftlichen Sitten sei“.

Der Professor schreibt eine längere Formel an die Tafel und kommentiert sie mit “trivial”. Dann stockt er einen Moment, murmelt “trivial, trivial?”, geht zwei Minuten stumm vor der Tafel auf und ab und verlässt schließlich den Hörsaal. Nach zehn Minuten kommt er zurück, verkündet mit erhobenem Zeigefinger “trivial!”, und schreibt die nächste Formel an.

Ein Besucher von Niels Bohr (welcher genau genommen ein Physiker war) bemerkt mit Erstaunen ein Hufeisen über der Eingangstür.

“Niels, glaubst du wirklich an den Unfug, dass so etwas Glück bringt?”

“Nein, natürlich nicht, aber ich habe gehört, es bringt auch Glück, wenn man nicht daran glaubt.”

Was ist die Reaktion des Mathematikers auf eine fundamental neue Theorie?

1. Völlig absurdes Zeug!
2. Interessant, aber pervers!
3. Außerdem funktioniert's nicht!
4. Korrekt, aber unwesentlich!
5. Das ist trivial!
6. Eigentlich habe ich das schon immer so gemacht!