

## Übungen zur Linearen Algebra II

- Blatt 2 -

**Abgabetermin:** Donnerstag, 30.4.2009, 12.00 - 12.10 Uhr (vor der Vorlesung)

**1. Aufgabe** (4 Punkte) : Ein Endomorphismus  $f : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$  sei bzgl. der kanonischen Basis gegeben durch Multiplikation mit der Matrix

$$A := \begin{pmatrix} 2 & -1 & -3 \\ 1 & 4 & 4 \\ 0 & 0 & -1 \end{pmatrix}.$$

Bestimmen Sie jeweils Basen der verallgemeinerten Eigenräume, bzgl. derer die Matrix der Restriktion von  $f$  eine obere Dreiecksmatrix ist.

**2. Aufgabe** (4 Punkte) : Es seien  $V$  ein  $K$ -Vektorraum mit  $\dim V = n$ ,  $f \in L(V, V)$  ein Endomorphismus und  $\lambda \in K$  ein Eigenwert von  $f$ . Zeigen Sie für  $B_\ell(\lambda) := \text{Bild}(f - \lambda \text{id}_V)^\ell$ :

- i)  $B_\ell(\lambda) \supset B_{\ell+1}(\lambda)$  für alle  $\ell \in \mathbb{N}$ ;
- ii)  $f(B_\ell(\lambda)) \subset B_\ell(\lambda)$  für alle  $\ell \in \mathbb{N}$ ;
- iii) Die Bildsequenz  $B_1(\lambda) \supset B_2 \supset \dots$  wird vom gleichen Index an konstant wie die Kernsequenz  $H_1(\lambda) \subset H_2(\lambda) \subset \dots$ .

**3. Aufgabe** (4 Punkte) : Es seien  $V$  ein  $K$ -Vektorraum mit  $\dim V = n$  und  $f : V \rightarrow V$  ein nilpotenter Endomorphismus. Zeigen Sie durch Induktion nach  $n$ : Es existiert eine Basis  $B$  von  $V$  mit

$$f \xrightarrow{B} \begin{pmatrix} 0 & \dots & * \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & \dots & 0 \end{pmatrix}.$$

(Hinweis: Beachten Sie den Beweis zu Satz 5.5 der Vorlesung.)

**Hinweis:** Sie finden eine Webseite zur Vorlesung unter

[http://www.mathematik.uni-marburg.de/~bschwarz/LinAl2\\_09S.html](http://www.mathematik.uni-marburg.de/~bschwarz/LinAl2_09S.html)

**Kriterien für den Erwerb einer Modulbescheinigung:**

Für das (Teil-)Modul "Lineare Algebra II" ist spätestens bis zum **19.6.2009** eine **verbindliche** schriftliche Prüfungsanmeldung erforderlich.

**Bitte wenden!**

- **Prüfungsvorleistungen:**

- Erreichen von 50 % der Gesamtpunktzahl aller schriftlich zu bearbeitenden Aufgaben.
- Regelmäßige Teilnahme und aktive Mitarbeit im Tutorium (Präsentation von Lösungen der Aufgaben).

- **Schriftliche Prüfung:**

Die schriftliche Leistungskontrolle erfolgt durch **eine** Klausur:

- **Klausurtermin:** 10. Juli 2009 in der Zeit von 14 bis 17 Uhr.

Bei dieser Klausur sind keine Hilfsmittel zugelassen.

Wer in der schriftlichen Prüfung keine ausreichende Leistung erzielt, erhält eine zweite Chance in einer weiteren Klausur im September 2009. Eine Wiederholung bestandener Klausuren (zur Notenverbesserung) ist nicht möglich.

- **Mündliche Prüfung:**

In den Mathematik-Bachelor-Studiengängen findet ab Ende September 2009 eine mündliche Prüfung über den Stoff beider Teilmodule "Lineare Algebra I, II" statt. Die Anmeldeformalitäten werden gegen Ende des SS 2009 bekannt gegeben.