Fachbereich Mathematik und Informatik

Prof. Dr. J. Hinz

Sommersemester 2009

Übungen zur Linearen Algebra II

- Blatt 3 -

Abgabetermin: Donnerstag, 7.5.2009, 12.00 - 12.10 Uhr (vor der Vorlesung)

1. Aufgabe (4 Punkte) : Bestimmen Sie für die Matrix

$$A := \begin{pmatrix} 3 & 4 & 3 \\ -1 & 0 & -1 \\ 1 & 2 & 3 \end{pmatrix}$$

eine Matrix $S \in GL(3; \mathbb{R})$, so dass $A = S(D+N)S^{-1}$ gilt, wobei D eine Diagonalmatrix, N nilpotent und $DN = ND$ ist .

2. Aufgabe (3+2=5 Punkte) : a) Es sei

$$J_k(\lambda) := \begin{pmatrix} \lambda & 1 & 0 & \cdots & 0 & 0 \\ 0 & \lambda & 1 & \cdots & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & \lambda & 1 \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & 0 & \lambda \end{pmatrix} \in M(k,k) \quad \text{mit} \quad k \in \mathbb{N}, \ \lambda \in \mathbb{C}.$$

Zeigen Sie: Aus $J_k^n(\lambda) = J_k(\lambda)$ für ein $n \geq 2$ folgt $k = 1$.

b) Es sei A eine komplexe Matrix mit $A^n = A$ für ein $n \geq 2$. Zeigen Sie, dass A diagonalisierbar ist.

3. Aufgabe (4 Punkte) : Bestimmen Sie zu

$$A := \begin{pmatrix} 5 & -1 & 0 \\ 1 & 3 & 0 \\ 0 & -2 & 6 \end{pmatrix}$$

eine reguläre Matrix S so, dass $S^{-1}AS$ in Jordanscher Normalform ist.