Philipps-Universität Marburg **WS 2010/2011**
Fachgebiet Mathematik
Dozent: Prof. Dr. Steffen Dereich

Ausgabe: Di 26.10.2010
Abgabe: Mo 8.11.2010

1. Übungsblatt „Zinsstrukturmodelle“

Hausaufgaben

1. Hausaufgabe: 5 Punkte

Es sei $(X(t))$ der Itô-Prozess gegeben durch

$$X(t) = t + W(t) + \int_0^t s \,\mathrm{d}W(s),$$

wobei W einen Wienerprozess bezeichne. Finden Sie Darstellungen der Form

$$f(X(t)) = z + \int_0^t g_1(s)\,\mathrm{d}s + \int_0^t g_2(s)\,\mathrm{d}X(s)$$

und der Form

$$f(X(t)) = z + \int_0^t h_1(s)\,\mathrm{d}s + \int_0^t h_2(s)\,\mathrm{d}W(s)$$

für

- $f(x) = x^2$
- $f(x) = \exp(x)$
- $f(x) = \sin(x)$

2. Hausaufgabe: 5 Punkte

Beweisen Sie, dass für zwei Itô-Prozesse $(X(t))_{t\geq 0}$ und $(Y(t))_{t\geq 0}$

$$X(t)Y(t) = X(0)Y(0) + \int_0^t X(s)\,\mathrm{d}Y(s) + \int_0^t Y(s)\,\mathrm{d}X(s) + \langle X, Y\rangle_t$$

gilt.

3. Hausaufgabe: 5 Punkte

Seien $(W_1(t))_{t\geq 0}$ und $(W_2(t))_{t\geq 0}$ unabhängige Wienerprozesse. Ist

$$X(t) := \int_0^t \sin(W_1(s))\,\mathrm{d}W_1(s) + \int_0^t \cos(W_1(s))\,\mathrm{d}W_2(s)$$

wieder ein Wienerprozess?

4. Hausaufgabe: 5 Punkte

Beweisen Sie Lemma 4.2.

Generell können die Hausaufgaben in festen Gruppen von maximal 2 Studierenden bearbeitet und abgegeben werden.