

Grundlagen der Mathematik für Biologen

- Blatt 3 -

Abgabe: Montag, den 04.11.2013, **vor der Vorlesung, spätestens 14:05 Uhr**

Homepage Lohöfer: Im Internet unter www.mathematik.uni-marburg.de/~lohoefer/

dort: **Skript** namens „Mathematische und statistische Methoden“

Lektüreaufgabe: Skript § 3.3

Thema: Konvergente Folgen, Grenzwert, Konvergenzgeschwindigkeit, dynamisches Gleichgewicht

1. Eine Sporthalle wird auf einem Gelände errichtet, das als ehemalige Mülldeponie ein giftiges Bodengas absondert. Seit Fertigstellung der Halle gilt: Täglich werden der Luft in der Halle 30 ml giftiges Gas pro Kubikmeter zugesetzt, täglich reduziert sich aber auch das Gas durch Belüftung der Halle und chemischen Abbau um 0,4 %.
 - a) Gegen welchen Grenzwert strebt die in der Halle befindliche Gasmenge pro Kubikmeter Luft? (1)
 - b) Nach wie viel Jahren (1 Nachkommastelle) ist dieser Grenzwert zu 99,9 % erreicht? (3)
2. (Daten aus einer Marburger zahnmedizinischen Doktorarbeit)
Die menschliche Niere kann täglich 3,5% der im Gewebe befindlichen Gesamtmenge an Hg mit dem Urin auszuscheiden. Mit der Nahrungsaufnahme werden hierzulande üblicherweise täglich 0,4µg Hg im Mund verdampft und über die Lunge als Zellgift eingelagert. Diese Zufuhr erhöht sich, falls Amalgam-Zahnfüllungen im Munde sind.
 - a) Bei einem Erwachsenen mit etlichen Amalgamfüllungen wurden 4,2µg Hg im 24-Stunden-Urin gemessen. Wie viel µg Hg war als Zellgift permanent in seinem Körper eingelagert? (1)
 - b) Gegen welchen Grenzwert (in µg, 1 Nachkommastelle) strebte die Hg-Gesamtmenge in seinem Gewebe, nachdem er alle Amalgam-Füllungen entfernen ließ, und wie viele Tage dauerte es nach dieser Maßnahme, bis dieser niedrigere Grenzwert zu 99,5% erreicht war? (3)
 - c) Um wie viel % wurde das als Zellgift in seinem Körper befindliche Quecksilber durch die Entfernung der Amalgam-Füllungen reduziert? (1)
3. Die weltweite Chromreserve wurde 1970 auf 775 Mio Tonnen geschätzt. Im gleichen Jahr wurden 1,85 Mio Tonnen abgebaut.
 - a) Wann werden diese Reserven erschöpft sein, wenn die Schätzung stimmt und man von einer jährlichen Steigerung des Abbaus von 2,7 % ausgeht?
Hinweis: Sei A_n die Abbaumenge im n-ten Jahr nach 1970. Dann gilt also
$$A_0 = 1,85 \text{ Mio t}, \quad A_1 = 1,027 \cdot A_0, \quad A_2 = 1,027 \cdot A_1 \text{ usw.}$$
Wann gilt $A_0 + A_1 + A_2 + \dots + A_n = 775 \text{ Mio t}$? (4)
 - b) Wie lange hätten die Reserven gereicht, wenn die Schätzung stimmt und seit damals eine jährliche Reduktion des Abbaus um 1% stattgefunden hätte? (2)
4. Freiwillig für Liebhaber: Die Bestimmung der durchschnittlichen Lebensdauer einer gewissen Sorte schädlicher Gene erfordert die Berechnung des Grenzwertes \hat{s} einer konvergenten Folge
$$s_n = 1 + 2 \cdot c + 3 \cdot c^2 + \dots + n \cdot c^{n-1} \quad (n = 1, 2, 3, \dots),$$
wobei c eine gewisse bekannte Konstante mit $0 < c < 1$ ist (C. C. Li: Human genetics, New York, 1961). Hier das Berechnungsverfahren:
 - a) Berechnen Sie zunächst die Differenzen $d_n = s_n - c \cdot s_{n-1}$ und deren Grenzwert \hat{d} . (2)
 - b) Folgern Sie mittels geeigneter Grenzwertregeln die Gültigkeit der Gleichung $\hat{d} = \hat{s} - c \cdot \hat{s}$ und berechnen Sie daraus \hat{s} . (2)

Klausurtermine:

1. Termin: Mo, 24.02.2014, 10:15 – 12:00, Hans-Meerwein-Str., Hörsaalgebäude Chemie, HS A + B
2. Termin: Do, 10.04.2014, 10:15 – 12:00, Hans-Meerwein-Str., Hörsaalgebäude Chemie, HS A

Betreute Hausaufgaben:

- Di, 17:15 – 18:45, Bahnhofstr. 7, Humangenetik, Kl. HS, Tutor Simon Peter
Mi, 10:15 – 11:45, Math. Inst. HS 1, (Haupteingang links neben HG Chemie), Tutorin Carina Lange
Mi, 12:30 – 14:00, Math. Inst. HS 2, (Haupteingang links neben HG Chemie), Tutorin Katharina Kremer