Universität Bielefeld

Fakultät für Mathematik | Der Dekan

Sind sieben Jahre Mathematik genug?

Anmerkungen zur Habilitationsschrift

"Allgemeinbildung und Mathematik" von H. W. Heymann

1. Tageszeitungen in der gesamten Bundesrepublik haben in den vergangenen Tagen über die "Ergebnisse einer Habilitationsarbeit des Bielefelder Mathematikers Hans Werner Heymann" (so die Ruhrnachrichten und die Kieler Nachrichten am 6.10., die Sächsische Zeitung am 10.10.), über den "Mathematik-Professor Heymann" aus Bielefeld (SZ, 8.10.) berichtet: Seine Thesen, wie sie in der Presse vorgestellt werden: "Sieben Jahre Mathematik sind genug. Was Erwachsene an Mathematik brauchen, lernen sie in den ersten sieben Schuljahren. Alles, was den Schülern darüber hinaus vermittelt wird, spielt im späteren Leben praktisch keine Rolle".

Viele Anfragen von irritierten Mathematikern und Lehrern aus der ganzen Bundesrepublik haben die Fakultät für Mathematik erreicht. Sie sieht sich daher veranlaßt zu betonen, daß es sich um keine Habilitation an der Fakultät für Mathematik, sondern um eine Habilitation an der Fakultät für **Pädagogik** handelt. An dem im Sommer dieses Jahres abgeschlossenen Verfahren war die Fakultät für Mathematik zu keiner Zeit beteiligt, sie war nicht einmal (weder offiziell noch inoffiziell) informiert. Der Verfasser dieser Habilitationsschrift ist Doktor der Sozialwissenschaften (Dr. disc. pol.) und arbeitet als Akademischer Oberrat am (von der Fakultät für Mathematik unabhängigen) Institut für Didaktik der Mathematik (IDM) der Universität Bielefeld.

Natürlich ist selbstverständlich, daß eine Diskussion über Inhalte und Methoden des Mathematikunterrichts an allgemeinbildenden Schulen nicht nur Mathematiker angeht, sondern daß sich an ihr Wissenschaftler aller Fachrichtungen beteiligen müssen; gerade die Nicht-Mathematiker haben zu beurteilen, welche mathematischen Kenntnisse und Fähigkeiten nach dem Schulabschluß zu erwarten sein sollen. Wenn hier festgehalten wird, daß Herr Heymann kein Bielefelder "Mathematik-Professor", ja nicht einmal ein promovierter Mathematiker, ist und daß an seinem Habilitationsverfahren die Fakultät für Mathematik nicht beteiligt war, so dient dies nur zur Klarstellung: die vorgelegten Thesen hat unsere Fakultät nicht zu verantworten; im Gegenteil, sie stoßen innerhalb der Fakultät auf entschiedene Kritik.

2. Die in der Presse notierten Thesen geben zwar nur einen kleinen Teil der vorgelegten Habilitationsschrift wieder, dabei handelt es sich aber um zentrale Fragen, die sowohl in der Einleitung, als auch in der Zusammenfassung der Arbeit herausgestellt werden. Die meisten Presse-Artikel, die ich gesehen habe, entsprechen durchaus der Intention der Arbeit. Zur besseren Information sollen hier die Punkte, über die in der Presse berichtet wurde, etwas ausführlicher geschildert werden (kursiv gesetzte Texte sind Originalzitate aus der Habilitationsschrift, die Zahlen sind jeweils Seitenangaben); die Arbeit wird im nächsten Frühjahr als Buch bei Beltz/Weinheim veröffentlich werden. Es ist wichtig, daß sich ein breiter Kreis mit den von Heymann vorgelegten Thesen beschäftigt – immerhin ist er, wie der Arbeit zu entnehmen ist (188), offizieller Berater bei der Erarbeitung neuer Mathematik-Lehrpläne in Nordrhein-Westfalen!

Das Thema, das zu diskutieren ist, ist die *Mathematik für diejenigen Schüler, die später keinen mathematikintensiven Beruf ergreifen werden (die Mehrheit)* (188), das *mathematische Kerncurriculum – die "Mathematik für alle"* (189); unstrittig ist auch für Heymann, daß Schüler, die, wie er sagt, *mathematikintensive* Berufe ergreifen wollen, eine solide mathematische Ausbildung brauchen, aber er möchte schon ab Klasse 9 eine Trennung vornehmen: Bis zum Ende der Klasse 8 soll ein *allgemeinbildender Mathematikunterricht* verpflichtend angeboten werden, unter konsequenter Vermeidung von *fachspezialistischen* Themen, auch wenn sie später gebraucht werden. *Ab Klasse 9 setzt dann eine äußere Differenzierung ein:* Einerseits gibt es Kurse im Hinblick auf mathematikintensive Berufe, hier werden *gezielt fachliche Aspekte* vertieft: *unter anderem wird das Handwerkszeug des Mathematikers trainiert (von Termumformungen bis zur Propädeutik des Beweisens),* und es werden *z.B. quadratische Gleichungen, Trigonometrie, Potenzen, Logarithmen, etc.* behandelt. All dies wird dagegen *aus dem Unterricht für die "Nicht-Mathematiker" herausgenommen* (212); in der gymnasialen Oberstufe werden im Unterricht für "Nicht-Mathematiker" entsprechend Analysis und Lineare Algebra gestrichen (213).

Das Vorgehen der Arbeit: Als erstes entwickelt Heymann (auf fast 200 Seiten) ein Allgemeinbildungs-Konzept. Dann wird (im Abschnitt 5.1.2) ein Katalog mathematischer Inhalte und Qualifikationen vorgelegt, auf die seiner Meinung nach Nicht-Mathematiker nach Abschluß ihrer Schulzeit einzig zurückgreifen. Allgemeinbildender Mathematikunterricht bedeutet nun für Heymann, sich an diesem Kanon zu orientieren. Er schlägt daher explizit vor, daß der zukünftige Mathematikunterricht für alle, die nicht an der Wahl eines "mathematikintensiven" Berufs interessiert sind (also zum Beispiel, wie man dem Anhang entnehmen kann, Schüler und Schülerinnen, die später Pädagogik studieren wollen), diesem Kanon weitgehend entspricht. Heymann möchte nicht am Allgemeinbildungsanspruch etwa des Abiturs rütteln, aber für ihn ist (sozusagen definitionsgemäß) der Kanon dessen, was zur Allgemeinbildung zu zählen ist, äußerst klein.

Es ist dieser Katalog im Abschnitt 5.1.2, der auf heftige Widersprüche stieß und stoßen muß. Er soll hier vollständig dokumentiert werden.

> *Katalog mathematischer Inhalte und inhaltsbezogener Qualifikationen, auf die Nicht-Mathematiker nach Abschluß ihrer Schulzeit im privaten oder beruflichen Alltag bisweilen zurückgreifen:*
>
> *Arithmetischer Bereich: Anzahlbestimmungen; Beherrschung der Grund-*

rechenarten (je nach Komplexität "im Kopf" oder schriftlich); Rechnen mit Größen, Kenntnis der wichtigsten Maßeinheiten, Durchführung einfacher Messungen (vor allem Zeit und Längen); Rechnen mit Brüchen mit einfachen Nennern in anschaulichen Kontexten; Rechnen mit Dezimalbrüchen; Ausrechnen von Mittelwerten (arithmetisches Mittel); Prozentrechnung; Zinsrechnung; Schlußrechnung ("Dreisatz"); Durchführung arithmetischer Operationen mit einem Taschenrechner; Grundfertigkeiten im Abschätzen und Überschlagen.

Geometrischer Bereich: Kenntnis elementarer regelmäßiger Figuren (Kreis, Rechteck, Quadrat, etc.) und Körper sowie elementarer geometrischer Beziehungen und Eigenschaften (Rechtwinkligkeit, Parallelität etc.); Fähigkeit zur Deutung und Anfertigung einfacher graphischer Darstellungen von Größen und Größenverhältnissen (Schaubilder, Diagramme, Karten) sowie von Zusammenhängen zwischen Größen mittels kartesischer Koordinatensysteme. (193)

Dies ist der Katalog derjeniger Dinge, an denen sich zukünftig der allgemeinbildende Mathematikunterricht orientieren soll; zusätzlich sollen stochastische Fragestellungen thematisiert und es soll der Computer als mathematisches Werkzeug einbezogen werden. Man spürt das Unbehagen von Herrn Heymann, den Schülern zuviel zumuten zu müssen, wenn er schreibt: *Unter dem Gesichtspunkt der Lebensvorbereitung kommt der Mathematikunterricht – wie neuartig er im übrigen auch konzipiert wird – nicht umhin, die Schüler mit denjenigen mathematischen Basisqualifikationen auszurüsten, die gegenwärtig im beruflichen und privaten Alltag in unserer Gesellschaft tatsächlich verwendet werden; der Katalog in Abschnitt 5.1.2 gibt einen Überblick.* (204)

Eine detaillierte Diskussion der Inhalte, die aus dem bisherigen Curriculum zu streichen seien, fehlt überraschenderweise in der Arbeit. Immerhin notiert er explizit, daß *quadratische Gleichungen, Trigonometrie, Potenzen, Logarithmen* aus dem Unterricht für Schülerinnen und Schüler, die nicht an der Wahl eines "mathematikintensiven" Berufs interessiert sind (und er geht davon aus, daß dies die Mehrheit ist) herauszunehmen seien. In dem von ihm vorgestellten *Szenario für den künftigen allgemeinbildenden Mathematikunterricht* sucht man vergebens Begriffe wie Halbwertszeit und Zinseszins, alle Untersuchungen nichtlinearer Funktionen und Gleichungen (selbst die Exponentialfunktion) und Anwendungen wie Beschleunigung, Wachstumsvorgänge, Schwingungen sind eliminiert. Das *Handwerkszeug des Mathematikers (von Termumformungen bis zur Propädeutik des Beweisens)* soll nicht mehr allgemein geübt werden, im Unterricht für die Mehrheit der Schüler wird darauf verzichtet. Der Bedeutung des Funktionsbegriffs wird nur wenig Beachtung geschenkt. Im Abschnitt *Mathematikunterricht und kulturelle Kohärenz* wird zwar die Relevanz des *funktionalen Zusammenhangs* hervorgehoben, aber für den Autor führt dieser Begriff stärker als andere zentrale Ideen *über die mathematische Alltagskultur unserer Gesellschaft hinaus: Funktionen "sieht" man nicht . . . .* (248). In der gymnasialen Oberstufe sollen daher für die Mehrheit Analysis (und Lineare Algebra) gestrichen werden (213).

Der Vorschlag, die Analysis zu streichen, wird durch den Zusatz ergänzt: *stattdessen steht eine Vertiefung anwendungs- und alltagsorientierter Mathematik im Vordergrund* (213). In der Arbeit wird häufig auf "anwendungsorientierte Mathematik" verwiesen, doch bleibt dies blaß. Im vorgelegten Konzept bleibt ausgespart, an welche Anwendungen gedacht ist; eine Diskussion, inwieweit mathematische Kenntnisse und Methoden im üblichen Schulstoff anderer Fächer vorausgesetzt werden und vorausgesetzt werden müssen, unterbleibt. (Anmerkung: Hier können allerdings Bedenken an der gegenwärtigen Schulpraxis auf keinen Fall unterdrückt werden: die notwendige thematische Verzahnung der verschiedenen Schulfächer ist bisher nicht gelöst: die mathematischen Begriffe, die zum Beispiel im Physik-Unterricht schon der Sekundarstufe I Verwendung finden, gehen weit über das hinaus, was auch ein anspruchsvoller Mathematikunterricht zu diesem Zeitpunkt zu leisten vermag; hier kann also zuerst nur ein intuitives Verständnis der zugrundeliegenden mathematischen Sachverhalte erreicht werden. Der spätere Mathematikunterricht müßte auf jeden Fall alle derartigen Themenstellungen explizit aufgreifen und nachträglich präzisieren. Die bisher fehlende Anerkennung des Prinzips der nachträglichen Präzisierung würde das Motivationsproblem der Schüler entschärfen; eine derartige Vorgehensweise entspräche natürlich auch der historischen Entwicklung.)

Heymann möchte zukünftig auch den anwendungsorientierten Unterricht für die Mehrzahl der Schüler auf die Verwendung des in 5.1.2 genannten Minimalkatalogs eingeschränkt wissen: *Wenn die Schüler anhand sehr unterschiedlicher Probleme und Situationen erfahren können, daß sich viele Gegenstände des Standard-Curriculums (z.B. proportionale und lineare Funktionen) als "Standard-Modelle" eignen, wird dem Gesichtspunkt der Weltorientierung eher Genüge getan, als wenn sie vorwiegend Probleme zu bearbeiten haben, für die sie sich zunächst mit großem Aufwand das mathematische Rüstzeug aneignen müssen* (281).

Nun wird die Bedeutung des Mathematikunterrichts von vielen weniger in den Inhalten als vielmehr darin gesehen, daß hier logisches Denken geübt wird; im Geistestraining, das der Beschäftigung mit mathematischen Strukturen zugeschrieben wird. Der Katalog 5.1.2 orientiert sich ausschließlich an Inhalten, die Bedeutung eines wie auch immer gearteten Geistestrainings wird nur am Rande angesprochen, und es wird apodiktisch formuliert: *Die Beschäftigung mit Mathematik führt nicht per se zu einer Verbesserung der allgemeinen Denkfähigkeit* (341). Nichts ist gegen diesen Satz zu sagen, und doch so vieles. Immerhin bildet er den Beginn eines Abschnitts mit der Überschrift *Zusammenfassung und Fazit*.

Das Menschenbild, das der Arbeit zugrundeliegt: es ist das des Käufers, der mehrere Waren gleichzeitig kauft und demnach auch addieren muß, der im Sparbuch die Zinsen kontrolliert, den Benzinverbrauch des Autos berechnet, der Autos auf einem Parkplatz zählt oder ein Kreisdiagramm über den Ausgang einer Wahl erstellt. Es ist das Bild des Brillenträgers, der nichts über Linsen und Brennpunkte wissen möchte, des Fernsehzuschauers, der nur Knöpfe bedient.

Wer der Meinung ist, daß wegen der fortschreitenden Technisierung (und damit Mathematisierung) des täglichen Lebens mathematische Einsichten für eine immer größer werdende Schar von Menschen von Bedeutung sein sollten, wird eines anderen belehrt: *Diejenige Mathematik, auf der unser Lebensstandard beruht, ist sozusagen in die Technik, die wir benutzen, unsichtbar eingebaut. Sie macht sich selbst, aus der Sicht des Technikbenutzers, überflüssig* (6). Der effektive Umgang mit technischen Produkten wie auch natürlichen Organen setzt nicht voraus, *daß ihr Funktionieren in einem tieferen Sinn verstanden wird – weder meine Brille oder mein Fernsehgerät (als technische Hilfsmittel) noch mein Auge (als natürliches Organ) muß ich in ihren biologischen und physikalischen Funktionen begriffen* *haben, um mich ihrer mit Nutzen bedienen zu können* (196). Auch scheint es zu reichen, wenn sich die Mehrzahl der Menschen auf andere verlassen können, *etwa auf den Anlageberater ihrer Bank oder den Verkäufer, die ihnen "mathematikfrei" erklären, welche Geldanlage oder welches Produkt für sie am günstigsten sei* (194).

Inzwischen gibt es einen neuen Pressebericht (Neue Westfälische, 14.10.95), in dem versucht wird, die Brisanz der vorgelegten Thesen zu relativieren: "auf ganzen drei der 400 Seiten" der Arbeit befasse sich Heymann mit dem, was jetzt als Hauptaussage ausgelegt werde ("Sieben Jahre Mathematikunterricht reichten aus"). Dies stimmt so nicht: Richtig ist, daß im ersten Teil der Habilitationsschrift (auf den Seiten 13 – 184), der das zugrundeliegende Allgemeinbildungskonzept entwickelt, mathematische und mathematik-didaktische Fragestellungen praktisch nicht vorkommen; vorgestellt werden dort sieben Aufgaben der allgemeinbildenden Schule. Daran schließt sich dann aber der zentrale Abschnitt 5 der Arbeit *Mathematikunterricht unter dem Anspruch von Allgemeinbildung* an, und hier wird gleich als erstes jener ominöse Katalog 5.1.2 vorgestellt. Als Rechtfertigung für diese Stoffauswahl dienen Untersuchungen, über die auf den Seiten 192 – 194 berichtet wird. Wahrscheinlich sind dies die "drei Seiten". Aber diese Aufstellung liegt der gesamten weiteren Diskussion zugrunde, auf sie wird explizit auf den Seiten 195, 197, 199, 200, 201, 204, 206, 207, 208, 212, 217, 265, 281, 334 (und implizit an vielen weiteren Stellen) Bezug genommen.

3. Was wären die Konsequenzen des vorgeschlagenen getrennten Mathematikunterrichts? Die Trennung nach dem 8. Schuljahr würde eine frühzeitige Separierung bedeuten: einerseits gäbe es dann diejenigen, *die sich die Wahl eines mathematikintensiven Berufs offenhalten wollen, die mathematische Neigungen zeigen* und *als hinreichend mathematisch befähigt eingeschätzt werden,* andererseits gäbe es den Rest, *die Mehrheit*, die nur relativ wenig Mathematik lernen wird, für die Mathematik nur *als Kommunikationsmedium* thematisiert wird!

Es ist zu befürchten, daß vor allem Mädchen auf diese Weise von der Beschäftigung mit Mathematik, von der Möglichkeit, sich mit naturwissenschaftlichen und technischen Fragestellungen auseinanderzusetzen, abgehalten werden. Ganz allgemein spricht aus dem Konzept eine entschieden anti-emanzipatorische Haltung: nach der Öffnung der Schulen wird hier intellektuell einer Klassengesellschaft das Wort geredet: Schon frühzeitig soll entschieden werden, ob man zur mathematisch ausgebildeten Elite gehören kann oder nicht. Mathematik und alle mathematisch geprägten Wissenschaften würden in noch größerem Maße als schon jetzt in Geheimwissenschaften transformiert, zugänglich nur für einen kleinen Kreis von Eingeweihten. Die Schwierigkeiten der Vermittlung tiefliegender mathematischer und naturwissenschaftlicher Einsichten an ein breites Publikum sind bekannt; die vorgeschlagene frühzeitige Separierung würde hier zusätzliche Barrieren aufbauen.

Dem Unbehagen am bisherigen Mathematikunterricht will Heymann durch eine Reduktion der Inhalte begegnen. Einerseits sieht er die bekannten Schwierigkeiten der Schüler, meist hervorgerufen durch fehlende Motivation, andererseits glaubt er, daß bedingt durch den mögliche Computer-Einsatz viel weniger Menschen als früher mit gewissen Rechentechniken vertraut sein müssen. Nun beruht aber der Motivationsmangel oft darauf, daß Themenstellungen wegen der auftretenden Schwierigkeiten nur rudimentär, anhand wenig aussagekräftiger Beispiele behandelt werden können. Die Verwendung von Computern bietet hier ganz neue Möglichkeiten. Die Möglichkeiten, die durch die graphischen Darstellungen von Funktionen (auch in mehreren Veränderlichen), von Kurven und Flächen, und durch die Verwendung von Computer-Algebra-Systemen gegeben sind, erlauben bisher ungeahnte Einsichten und Berechnungsmöglichkeiten, die offensiv von allen Schülern genutzt werden sollten. Erforderlich ist ein Mathematikunterricht, der sich von den bisher notwendigen Beschränkungen befreit. Bereitzustellen sind dafür weitergehende mathematische Grundlagen, um die Algorithmen, deren Durchführung letztendlich dem Computer anvertraut werden, zu verstehen und zu durchschauen. Nicht eine Reduktion, sondern eine Ausweitung der mathematischen Grundausbildung für alle Schüler steht an.

Bielefeld, 17.10.1995 C. M. Ringel