

Übungen zu „Semantik von Programmiersprachen“, WS 2004/05

Nr. 13 (letztes Blatt):

Besprechung mündlicher Aufgaben: 7. Februar 2005 in der Übung.

Hinweise: Dieses Übungsblatt enthält nur mündliche Aufgaben.

Mündliche Aufgaben

13.1 Formulieren Sie den Euklidischen Algorithmus aus Aufgabe 2.1 als funktionales Programm in REC und in EAGERLAM.

Berechnen Sie die Semantik des EAGERLAM-Programms (vgl. auch Aufgabe 6.2)

13.2 Die semantische Ersetzung $\rho[x \mapsto \llbracket s \rrbracket^e \rho]$ in der Umgebung ρ verwendet korrekterweise den Abbildungspfeil (\mapsto), weil ja eine *Abbildung umdefiniert* wird.

Um die syntaktische Ersetzung in einem Term t davon zu unterscheiden, könnte man eine andere Schreibweise, etwa $t[x/s]$ (in der Literatur häufig benutzt) verwenden, weil hier keine Abbildung geändert, sondern eine textuelle Ersetzung vorgenommen wird.

Dass beide Ersetzungen gleichwertig sind, wurde in der Vorlesung mit dem *Substitutionslemma* vorausgesetzt.

Es sei $s \in \mathbf{ETerm}$ mit $FV(s) = \emptyset$ und $s : \tau$ sowie $\llbracket s \rrbracket^e \rho = v \neq \perp$.

Dann gilt

$$\left. \begin{array}{l} \forall x \in \mathbf{Var} \text{ mit } x : \tau \\ \forall t \in \mathbf{ETerm} \text{ mit } t : \tau' \end{array} \right\} : \begin{array}{l} 1) \quad t[x \mapsto s] : \tau' \\ 2) \quad \llbracket t[x \mapsto s] \rrbracket^e \rho = \llbracket t \rrbracket^e \rho[x \mapsto \llbracket s \rrbracket^e \rho] \end{array}$$

Beweisen Sie das *Substitutionslemma*.

13.3 Entscheiden Sie mit Hilfe der Typregeln, welche der folgenden Terme wohlgeformt (im Sinne von EAGERLAM) sind. Leiten Sie ggf. den entsprechenden Typ her.

(a) $\lambda b. \mathbf{let} \ a = \lambda c. \mathbf{if} \ b \ \mathbf{then} \ c \ \mathbf{else} \ \lambda x.0 \ \mathbf{in} \ a \ (\lambda y.y + 1)$

(b) $\lambda c. \lambda b. \mathbf{let} \ a = \mathbf{if} \ b \ \mathbf{then} \ c \ \mathbf{else} \ \lambda x.0 \ \mathbf{in} \ (\lambda y.y + 1) \ a$

(c) $\lambda c. \mathbf{let} \ a = \lambda b. \mathbf{if} \ b \ \mathbf{then} \ c \ \mathbf{else} \ \lambda x.0 \ \mathbf{in} \ a \ (\lambda y.y + 1)$

(d) $(\lambda b. \mathbf{if} \ b \ \mathbf{then} \ \mathbf{let} \ a = \lambda c.b \ \mathbf{in} \ a \ \mathbf{else} \ \lambda x.0)((\lambda y.y + 1) \ 0)$