Fachbereich Mathematik und Informatik
Universität Marburg
Prof. Dr. I. Heckenberger

Sommersemester 2010

Übungen zur Algebra II

– Blatt 2 –

Abgabe Dienstag, 27.04.2010, 12 Uhr s.t.

Aufgabe 1. (4 Punkte)
Man bestimme das Minimalpolynom von $\sqrt{2}+\sqrt{7}$ über jedem der folgenden Körper:
(a) $\mathbb{Q}$ (b) $\mathbb{Q}[\sqrt{2}]$ (c) $\mathbb{Q}[\sqrt{6}]$ (d) $\mathbb{Q}[\sqrt{14}]$

Aufgabe 2. (4 Punkte)
Sei α eine komplexe Nullstelle des irreduziblen Polynoms x^3-3x+4. Man gebe das Inverse von $\alpha^2+\alpha+1$ in $\mathbb{Q}[\alpha]$ explizit in der Form $a\alpha^2+b\alpha+c$, wobei $a,b,c\in\mathbb{Q}$, an.

Aufgabe 3. (4 Punkte)
Sei L/K eine Körpererweiterung und sei $\alpha\in L$ ein über K algebraisches Element mit $[K[\alpha]:K]=5$. Man beweise, dass $K[\alpha^2]=K[\alpha]$.

Aufgabe 4. (4 Punkte)
Seien $\zeta=e^{2\pi i/7}$ und $\eta=e^{2\pi i/5}$. Man beweise, dass $\eta\notin\mathbb{Q}[\zeta]$.

Aufgabe 5. (4 Punkte)
Man beweise oder widerlege: Jede algebraische Körpererweiterung ist endlich.