Fachbereich Mathematik und Informatik
Universität Marburg
Prof. Dr. H. Upmeier

Sommersemester 2010

Komplexe und harmonische Analysis

– Blatt 11 –

Abgabe Donnerstag, 8.7.2010, 10 Uhr s.t.

Sei $\varphi : \mathbb{S}^2 \to \overline{\mathbb{C}}$ die stereographische Projektion. Für $g \in SL_2(\mathbb{C})$ sei $[g](z) = \frac{az+b}{cz+d}$ die Moebiustransformation. Definiere $\pi(g) := \varphi^{-1} \circ [g] \circ \varphi : \mathbb{S}^2 \to \mathbb{S}^2$. Beweise die folgenden Aussagen.

Aufgabe 39. (4 Punkte)
Für $g \in SU_2(\mathbb{C})$ ist $\pi(g) \in SO_3(\mathbb{R})$ eine lineare Drehung.

Aufgabe 40. (4 Punkte)
Für $g \in SL_2(\mathbb{C}) \setminus SU_2(\mathbb{C})$ ist $\pi(g)$ nicht-linear. Beispiel: $g = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$.

Aufgabe 41. (4 Punkte)
$\pi : SU_2(\mathbb{C}) \to SO_3(\mathbb{R})$ ist ein surjektiver Homomorphismus. Bestimme Kern(π).

Aufgabe 42. (4 Punkte)
Berechne das Differential $d\pi : \mathfrak{su}_2(\mathbb{C}) \to \mathfrak{so}_3(\mathbb{R})$, definiert durch

$$d\pi\left(\frac{dg_t}{dt}\right) = \frac{d}{dt}\,\pi(g_t).$$