Prof. Dr. R. Loogen, M. Dieterle
Fachbereich Mathematik und Informatik
Hans-Meerwein-Straße
D-35032 Marburg

Philipps Universität Marburg

Übungen zu „Parallelität in funktionalen Programmiersprachen“, Sommer 2009

Nr. 4, Abgabe der Aufgaben: 19.Mai 2009 vor der Vorlesung

Aufgaben

4.1 **Definition von “Mini-Haskell”** 4 Punkte

Erweitern Sie die in der Vorlesung definierte Sprache Mini-Haskell um ein (nicht rekursives, aber schachtelbares) **`let`**-Konstrukt der Form:

... **`let`** `x` $= e_1$
  `in` e_2

Passen Sie die Syntax- und Semantikdefinitionen entsprechend an.

4.2 **Monotonie** 5 Punkte

Sei $\underline{\mathbf{n}} := \langle\{0, 1, \ldots, n-1\}, \leq\rangle$ mit der üblichen Ordnung $0 < 1 < \cdots < n-1$.
Zeigen oder wiederlegen Sie jeweils, dass die Abbildung $\varphi : P \to Q$ monoton ist.

(a) $P = Q = \langle \mathbf{Z}, \leq\rangle,\ \varphi(x) = x + 1$.

(b) $P = Q = \langle \mathbf{Z}, \leq\rangle,\ \varphi(x) = max(0, x)$.

(c) $P = \langle \mathcal{P}(S), \subseteq\rangle$ wobei $|S| > 1, Q = \underline{\mathbf{2}}$,
und $\varphi(U) = 1$ wenn $U \neq \emptyset$, $\varphi(U) = 0$ wenn $U = \emptyset$.

(d) $P = \langle \mathcal{P}(S), \subseteq\rangle$ wobei $|S| > 1, Q = \underline{\mathbf{2}}$,
und $\varphi(U) = 1$ wenn $U = S$, $\varphi(U) = 0$ wenn $U \neq S$.

(e) $P = \langle \mathcal{P}(S), \subseteq\rangle, Q = \underline{\mathbf{3}}$, $x \in S$ beliebig fest gewählt und $\varphi(U) = \begin{cases} 1 & \text{wenn } x \notin U \\ 2 & \text{wenn } U = S \\ 0 & \text{sonst} \end{cases}$

(f) $P = Q = \langle \mathcal{P}(\mathbf{Z}), \subseteq\rangle$, und φ sei definiert durch: $\varphi(U) = \begin{cases} \{0\} & \text{wenn } 0 \in U, \\ \{1\} & \text{wenn } 1 \in U \text{ und } 0 \notin U, \\ \emptyset & \text{sonst.} \end{cases}$

(g) $P = \langle \mathcal{P}(\underline{\mathbf{n}}), \subseteq\rangle, Q = \underline{\mathbf{n}}, \varphi(U) = \begin{cases} sup(U) & \text{wenn } U \neq \emptyset, \\ 0 & \text{sonst.} \end{cases}$

4.3 **Alternative Stetigkeitsaussage** 3 Punkte

Seien $< D_1, \leq_1 >$ und $< D_2, \leq_2 >$ vollständige Halbordnungen.
Zeigen Sie:

$f : D_1 \to D_2$ ist stetig $\Leftrightarrow$ für jede gerichtete Menge $T \subseteq D_1$ ist auch das Bild $f(T) := \{f(d) \mid d \in T\}$ gerichtet und $f(\sqcup T) = \sqcup f(T)$.