

## Übungen zu „Parallelität in funktionalen Programmiersprachen“, Sommer 2009

Nr. 5, Abgabe der Aufgaben: 26. Mai 2009 vor der Vorlesung

---

### Aufgaben

#### 5.1 Funktionen-Lifting

3 Punkte

Seien  $\mathcal{D}$  und  $\mathcal{E}$  vollständige Halbordnungen und  $f : D \rightarrow E$  eine stetige Funktion. Wir definieren die *geliftete Funktion*  $f_{\perp} : (D \cup \{\perp\}) \rightarrow (E \cup \{\perp\})$  mit  $\perp \notin D$  und  $\perp \notin E$  über:

$$f_{\perp}(d) = \begin{cases} f(d) & , d \in D \\ \perp & , \text{sonst} \end{cases}$$

Beweisen Sie, daß  $f_{\perp} : D_{\perp} \rightarrow E_{\perp}$  dann strikt und stetig ist.

#### 5.2 Fixpunktsatz

2 Punkte

Sei  $\mathcal{D}$  eine vollständige Halbordnung,  $f : D \rightarrow D$  stetig. Zeigen oder widerlegen Sie:  $\text{fix } f \in \{f^i(\perp_D) \mid i \geq 0\}$ .

#### 5.3 Semantik eines Mini-Haskell-Programms

7 Punkte

Transformieren Sie das folgende Programm in Mini-Haskell:

```
f x = g (h x) (h (x + 3))
g x y | ( x ≤ 3 ) = x
      | otherwise = y
h x   | x == 3   = 0
      | otherwise = h (x + 1)
```

Berechnen Sie die denotationelle Semantik des transformierten Programms. Nehmen Sie die flache Halbordnung  $\langle \mathbf{Z}_{\perp}, \leq \rangle$  mit  $\mathbf{Z}_{\perp} = \mathbf{Z} \cup \{\perp\}$  als semantischen Bereich für  $x$  und  $y$  an.