

Übungen zu „Parallelität in funktionalen Programmiersprachen“, WS 2010

Nr. 5, Abgabe der Aufgaben: 23. November 2010 vor der Vorlesung

Aufgaben

5.1 Stetigkeit mehrstelliger Funktionen

6 Punkte

Seien $\langle D_i \mid 0 \leq i \leq r, r \geq 1 \rangle$ eine Familie von vollständigen Halbordnungen.

Sei $f : \prod_{i=1}^r D_i \rightarrow D_0$.

Zu $(d_1, \dots, d_r) \in \prod_{i=1}^r D_i$ und $j \in \{1, \dots, r\}$ definieren wir die einstellige Funktion

$f_{(d_1, \dots, d_r)}^j : D_j \rightarrow D_0$ durch

$$f_{(d_1, \dots, d_r)}^j(x) = f(d_1, \dots, d_{j-1}, x, d_{j+1}, \dots, d_r).$$

Beweisen Sie folgende Äquivalenz:

$$f \text{ ist stetig} \iff \forall (d_1, \dots, d_r) \in \prod_{i=1}^r D_i. \forall j \in \{1, \dots, r\}. f_{(d_1, \dots, d_r)}^j \text{ ist stetig.}$$

5.2 Semantik eines Mini-Haskell-Programms

6 Punkte

(a) Transformieren Sie das folgende Programm in Mini-Haskell:

/ 1

```
f :: Double → Double
f n = g n n (a n n)

g :: Double → Double → Double → Double
g n x y | x - y < 0.001 = y
        | otherwise    = g n y (a n y)

a :: Double → Double → Double
a n x = (x + n/x) / 2
```

/ 5

(b) Berechnen Sie die ersten 3 Fixpunktapproximationen der Semantik des Programms, also $\Phi^i(\mu_f^0, \mu_g^0, \mu_a^0)$ für $i \in \{0, 1, 2, 3\}$.