Prof. Dr. R. Loogen, M. Dieterle
Fachbereich Mathematik und Informatik
Hans-Meerwein-Straße
D-35032 Marburg

18. Mai 2010

Philipps Universität Marburg

Übungen zu „Semantik von Programmiersprachen“, Sommer 2010

Nr. 6, Abgabe der Aufgaben: 25. Mai 2010 vor der Vorlesung

Aufgaben

6.1 **Kettenvollständige Halbordnungen** 4 Punkte

Sei $M \neq \emptyset$ beliebige Menge. Welche der folgenden Relationen sind kettenvollständige Halbordnungen? Begründen Sie Ihre Antwort.

(a) Relation $\perp$ auf M, wobei $x \in M$ bel. fest

$$a \perp b :\curvearrowright a = x \vee a = b$$

(b) Relation $\supseteq$ auf $\mathfrak{P}(M)$

(c) Relation $=$ auf M

(d) Relation $\setminus$ auf $\mathfrak{P}(M)$:

$$A \setminus B :\curvearrowright B \neq M$$

6.2 **Fixpunkttheorie** 4 Punkte

(a) Eine Halbordnung $(D, \leq)$ heiße *stationär*, falls zu jeder Kette $K = \{k_1, k_2, k_3, \ldots\}$ in D ein $n \in \mathbb{N}$ existiert, so dass $k_m = k_n \forall m > n$ ist.
Es seien $(D, \leq)$ und $(E, \leq_E)$ Halbordnungen und f eine Abbildung $f : D \to E$. / 2
Zeigen Sie: Ist $(D, \leq)$ stationär und f monoton, so ist f bereits *stetig*.

(b) Beweisen Sie das folgende *Lemma (von Park)*: / 2

Sei $(D, \sqsubseteq)$ eine kettenvollständige Halbordnung, sowie $f : D \to D$ stetig.
Dann gilt: $\forall\, d \in D : \quad f(d) \sqsubseteq d \curvearrowright \text{fix} f \sqsubseteq d$.

6.3 **Denotationelle Semantik** 4 Punkte

(a) Bestimmen Sie die denotationelle Semantik der folgenden `while`-Schleife: / 3

```
while (X*Y < 0) do ( X := Y - 1; Y := X + 1 )
```

(b) Beweisen Sie für beliebige $b \in \mathbf{BExp}$ und $c \in \mathbf{Cmd}$ *mit Hilfe der denotationellen Semantik*: / 1

$$\mathcal{C}[\![\ \textbf{while}\ b\ \textbf{do}\ c]\!] = \mathcal{C}[\![\ \textbf{if}\ b\ \textbf{then}\ (c;\ \textbf{while}\ b\ \textbf{do}\ c)\ \textbf{else skip}\ ]\!]$$