Prof. Dr. R. Loogen, M. Dieterle
Fachbereich Mathematik und Informatik
Hans-Meerwein-Straße
D-35032 Marburg

08. Juni 2010

Philipps Universität Marburg

# Übungen zu „Semantik von Programmiersprachen“, Sommer 2010

**Nr. 8, Abgabe der Aufgaben: 15. Juni 2010 vor der Vorlesung**

---

## Aufgaben

8.1 **Hilfsbeweise zur Korrektheit der Vorzeichenanalyse** 4 Punkte

Seien $c \in Cmd, \sigma \in \Sigma, \pi \in \Pi$. Dann gilt:

$$abs(\sigma) \ \leq_\pi \ \pi \quad \curvearrowright \quad abs(\mathcal{B}[\![b]\!]\sigma) \ \leq_\pi \ \mathcal{B}^S[\![b]\!]\pi \tag{1}$$

$$abs(\sigma) \ \leq_\pi \ \pi \ \wedge \ \mathcal{C}[\![c]\!]\sigma \neq \text{undef.} \quad \curvearrowright \quad abs(\mathcal{C}[\![c]\!]\sigma) \ \leq_\pi \ \mathcal{C}^S[\![c]\!]\pi \tag{2}$$

Der Beweis zu (2) wurde in der Vorlesung unter Verwendung zweier Hilfsresultate skizziert. Für den Beweis wurde vorausgesetzt, dass (1) gilt und dass (2) nach Induktionsvoraussetzung für alle inneren Anweisungen $c_i \in Cmd$ gilt. Seien ferner $\sigma \in \Sigma$, $\pi \in \Pi$ mit $abs(\sigma) \ \leq_\pi \ \pi$ und für die äußere Anweisung $c \in Cmd$ gelte $\mathcal{C}[\![c]\!]\sigma \neq$ undefiniert. Zeigen Sie, dass die Hilfsresultate

(a) $abs\ (cond\ (\mathcal{B}[\![b]\!], \mathcal{C}[\![c_1]\!], \mathcal{C}[\![c_2]\!])\sigma) \ \leq_\pi \ cond^S\ (\mathcal{B}^S[\![b]\!], \mathcal{C}^S[\![c_1]\!], \mathcal{C}^S[\![c_2]\!])\pi$ und / 2

(b) $abs\ ((\mathcal{C}[\![c_3]\!] \circ \mathcal{C}[\![c_4]\!])\sigma) \ \leq_\pi \ (\mathcal{C}^S[\![c_3]\!] \circ \mathcal{C}^S[\![c_4]\!])\pi$ / 2

gelten.

8.2 **Hoare-Kalkül** 4 Punkte

Leiten sie *ausführlich* mit den Regeln des Hoare-Kalküls her:

(a) $\{true\}$ **if** $X > 0$ **then** $Y := X$ **else** $Y := -X$ $\{Y \geq 0\}$ / 2

(b) $\{N = 0\}$ **while** $N > 0$ **do** $N := N + 1$ $\{N = 0\}$ / 2

8.3 **Bedeutung von Korrektheitsaussagen** 4 Punkte

Gegeben sei die partielle Korrektheitsaussage $\{X = Y\}\ c\ \{X = 2 \cdot Y\}$ zu Anweisung $c$.

(a) Begründen Sie: dies besagt *nicht*, dass die Anweisung $c$ den $X$-Wert verdoppelt. / 1

(b) Geben Sie Zusicherungen $A$ und $B$ an, so dass $\{A\}\ c\ \{B\}$ tatsächlich diese Aussage macht. / 3

Beweisen Sie dann:

$$\forall \sigma \in \Sigma,\ I \in \mathcal{I} : \quad \sigma \in A^I \wedge \ \models \{A\}\ c\ \{B\} \quad \curvearrowright \quad 2 \cdot \sigma(X) = (\mathcal{C}[\![c]\!]\sigma)(X)$$