



Übungen zur „Theoretischen Informatik“, Sommersemester 2011

Prof. Dr. R. Loogen, Dipl.-Inform. M. Dieterle · Fachbereich Mathematik und Informatik · Marburg

Nr. 1, Abgabe: Dienstag, 19. April 2011 vor der Vorlesung

Die Lösungen müssen schriftlich abgegeben werden. Die Abgabe ist in Gruppen bis zu zwei Personen erlaubt.

1. Komplexprodukt von Sprachen

5 Punkte

Seien Σ ein Alphabet und $L, L' \subseteq \Sigma^*$ beliebige Sprachen über Σ . Wir betrachten die folgenden beiden Gleichungen:

$$(i) \quad L \cdot L = L \qquad (ii) \quad L \cdot L' = L' \cdot L$$

- (a) Zeigen Sie durch die Angabe jeweils eines Gegenbeispiels, dass die beiden Gleichungen im Allgemeinen nicht gelten. / 1
- (b) Beweisen Sie: Für beliebige $L \subseteq \Sigma^*$ mit $L \neq \emptyset$ gilt: $L \cdot L = L \cup L = L^*$. / 2
- (c) Beweisen Sie: Falls Σ einelementig ist, gilt für beliebige $L, L' \subseteq \Sigma^*$: $L \cdot L' = L' \cdot L$. / 2

2. Wortfunktionen

5 Punkte

Sei Σ ein Alphabet. Die Funktionen $f : \Sigma^* \rightarrow \Sigma^*$ und $f_a : \Sigma^* \rightarrow \Sigma^*$ seien für alle $a \in \Sigma$ induktiv definiert durch

$$\begin{aligned} f(\varepsilon) &:= \varepsilon & f_a(\varepsilon) &:= a \\ f(aw) &:= af_a(w) & f_a(bw) &:= \begin{cases} af_a(w) & \text{falls } a = b \\ abf_b(w) & \text{falls } a \neq b \end{cases} \end{aligned}$$

- (a) Was bewirkt f ? / 1
- (b) Zeigen Sie für alle $w \in \Sigma^*$:
- i. $|f(w)| \geq |w|$. / 2
- ii. Für $w \neq \varepsilon$ beginnt $f(w)$ mit einem Teilwort der Form aa für ein $a \in \Sigma$. / 2

Hinweis: Formulieren und zeigen Sie geeignete Hilfsaussagen für die Funktionen f_a .

3. Grammatiken

2 Punkte

Welche Sprache wird durch die folgende Grammatik G erzeugt? Geben Sie eine Beispielableitung eines Wortes aus $L(G)$ mit mindestens drei Buchstaben an.

$G = \langle \{S_0, S_1, S_2, S_3, S_4, S_5\}, \{a\}, P, S_0 \rangle$ mit

$$\begin{aligned} P : \quad S_0 &\rightarrow S_1 S_3 a S_2 \\ S_3 a &\rightarrow a a S_3 \\ S_3 S_2 &\rightarrow S_4 S_2 \mid S_5 \\ a S_4 &\rightarrow S_4 a \\ S_1 S_4 &\rightarrow S_1 S_3 \\ a S_5 &\rightarrow S_5 a \\ S_1 S_5 &\rightarrow \varepsilon \end{aligned}$$