Mündliche Aufgaben aus der Klausur zur Theoretischen Informatik 2009

Die Aufgaben können im letzten regulären Tutorium vor der Klausur vorgerechnet werden

1. Gegeben sei der NFA $\mathcal{A} = (\{q_0, q_1, q_2\}, \{a, b, c\}, \delta, q_0, \{q_2\})$, wobei δ durch die folgende Funktionstabelle gegeben sei: 8 Pkte

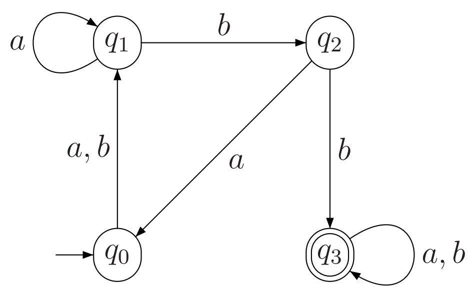
	ε	a	b	c
q_0	$\emptyset$	$\{q_0\}$	$\{q_1\}$	$\{q_2\}$
q_1	$\{q_0\}$	$\{q_1\}$	$\{q_2\}$	$\emptyset$
q_2	$\{q_1\}$	$\{q_2\}$	$\emptyset$	$\{q_0\}$

   (a) Berechnen Sie die ε-Hülle, $\hat{\varepsilon}(\{q\})$, für jeden Zustand $q \in \{q_0, q_1, q_2\}$. / 3

   (b) Nennen Sie alle Wörter mit zwei oder weniger Buchstaben, die von dem Automaten akzeptiert werden. / 2

   (c) Bestimmen Sie mit der Potenzmengenkonstruktion einen zu $\mathcal{A}$ äquivalenten DFA. / 3

2. Gegeben sei der folgende DFA $\mathcal{A}$ über dem Alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. 10 Pkte



   (a) Zeigen Sie, dass der Automat eine minimale Anzahl von Zuständen hat, indem Sie für jedes Paar (q_i, q_j) von Zuständen mit $i < j$ ein Wort $w \in \Sigma^*$ angeben, das zeigt, dass die beiden Zustände nicht äquivalent sind ($q_i \not\sim q_j$). / 4

   (b) Beschreiben Sie jede Äquivalenzklasse der Nerode-Relation von $L(\mathcal{A})$ durch einen regulären Ausdruck. / 6

3. Gegeben seien reguläre Sprachen L_1 und L_2 über dem Alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. Beweisen Sie, dass die Sprache 10 Pkte
$$L' = \{w \in L_1 \mid \exists u \in L_2 : |w| = |u|\}$$
ebenfalls regulär ist.

4. **Nicht zum Vorrechnen:** Richtig oder falsch? Begründen Sie Ihre Antwort. 9 Pkte

   (a) Sei $\mathcal{R}$ eine *beliebige* (!) Menge regulärer Sprachen. Dann ist auch $\bigcup_{L \in \mathcal{R}} L$ regulär. / 3

   (b) Mit einer Chomsky-Normalform-Grammatik benötigt man $2n - 1$ Schritte zur Ableitung eines nicht-leeren Wortes der Länge n. / 3

   (c) Das Wortproblem für die Sprache $\{aw \mid |w|_b = 2\}$ über dem Alphabet $\{a, b\}$ ist entscheidbar. / 3

5. Gegeben sei der PDA **10 Pkte**

$$\mathfrak{P} = (\{q_0, q_1\}, \{a, b\}, \{Z_0, X\}, \delta, q_0, Z_0, \emptyset)$$

mit der nebenstehenden Übergangsfunktion δ.

q_0	a	X	$\to$	q_0	XX
q_0	b	Z_0	$\to$	q_0	XZ_0
q_0	b	X	$\to$	q_1	ε
q_1	a	X	$\to$	q_1	ε
q_1	b	Z_0	$\to$	q_1	ε

(a) Geben Sie eine Konfigurationsfolge des Automaten bei Eingabe des Wortes *baba* an. / 2

(b) Welche Sprache erkennt der Automat mit leerem Keller? Begründen Sie Ihre Antwort. / 4

(c) Bestimmen Sie eine Grammatik G mit $L(G) = L(\mathfrak{P}, \varepsilon)$. / 3

(d) Geben Sie eine Ableitung für ein Wort aus $L(G)$ an, das mindestens die Länge 7 hat. / 1

6. Sei $L = \{w\$w \mid w \in \{a,b\}^*\}$ eine Sprache über dem Alphabet $\{a, b, \$\}$. **13 Pkte**

(a) Geben Sie eine Typ-1-Grammatik G für die Sprache L an. / 4

(b) Begründen Sie, weshalb Ihre Grammatik L erzeugt. / 2

(c) Geben Sie Ableitungen für die Wörter $a\$a$ und $bba\$bba$ mit den Regeln Ihrer Grammatik an. / 2

(d) Beweisen Sie, dass keine Typ-2-Grammatik existiert, die L erzeugt. / 5

7. (a) Berechnen Sie ausführlich die Semantik des nebenstehenden LOOP-Programms. **12 Pkte** / 8

```
in (X1); var (X2);
loop X1 (
  loop X2 (X1 := X1 + 1);
  X2 := X2 + 1)
out X1
```

(b) Zeigen Sie anhand der Definition der primitiv rekursiven Funktionen, dass die wie folgt definierten Funktionen *if* und *even* primitiv rekursiv sind: / 4

$$\mathit{if} : \begin{cases} \mathbb{N} \times \mathbb{N} \times \mathbb{N} \to \mathbb{N} \\ (x, y, b) \mapsto \begin{cases} x & \text{falls } b \geq 1 \\ y & \text{falls } b = 0 \end{cases} \end{cases} \qquad \mathit{even} : \begin{cases} \mathbb{N} \to \mathbb{N} \\ x \mapsto \begin{cases} 1 & \text{falls } x \text{ gerade} \\ 0 & \text{sonst} \end{cases} \end{cases}$$

8. Seien $\Sigma = \{a, b\}$, $L \subseteq \Sigma^*$ rekursiv aufzählbar und $\bar{L} = \Sigma^* \setminus L$ nicht rekursiv aufzählbar. **8 Pkte**
Zeigen Sie durch eine geeignete Reduktion, dass die Sprache

$$M := \{aw \mid w \in L\} \cup \{bw \mid w \notin L\}$$

nicht rekursiv aufzählbar ist.