Fachbereich Mathematik und Informatik der Universität Marburg
Prof. Dr. W. Gromes

Sommersemester 2004

Übungen zur Mathematik II

— Blatt 5 —

Abgabe: Dienstag, 25.5.2004, 9 Uhr s.t., vor der Vorlesung.

Aufgabe 17 (5 Punkte). Untersuchen Sie die folgenden Reihen auf Konvergenz (in Abhängigkeit von $x \in \mathbb{R}$)

a) $\sum\limits_{k=0}^{\infty} \frac{k^3 + 3k}{3^k}$

b) $\sum\limits_{k=0}^{\infty} \frac{(k!)^2}{(2k)!}$

c) $\sum\limits_{k=0}^{\infty} k \cdot x^k$

d) $\sum\limits_{k=1}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{k(k+1)}}$

Aufgabe 18 (mündlich). Sei $\sum\limits_{k=1}^{\infty} a_k$ absolut konvergent und (c_k) eine konvergente Folge.
Zeigen Sie, dass $\sum\limits_{k=1}^{\infty} a_k \cdot c_k$ absolut konvergiert.

Aufgabe 19 (4 Punkte). Sei $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R},\ \ x \mapsto x^3 - 2x^2 + x$.
Begründen Sie, dass $g := f|_{[1,\infty[}$ eine Umkehrfunktion g^{-1} besitzt.
Skizzieren Sie den Graphen von f und g^{-1} in einem Diagramm.
Wo ist g^{-1} definiert?

Aufgabe 20 (3 Punkte). Seien $f, g : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ stetige Funktionen mit $f(x) = g(x)$ für alle $x \in \mathbb{Q}$.
Zeigen Sie: $\quad f = g$, d.h. $f(x) = g(x)$ für alle $x \in \mathbb{R}$.