

Übungen zur Mathematik II
— Blatt 8 —

Abgabe: Dienstag, 15.6.2004, 9 Uhr s.t., vor der Vorlesung.

Aufgabe 29 (mündlich). Zeigen Sie mit Hilfe der komplexen Darstellung von \cos :

$$\cos^3 x = \frac{1}{4} \cos(3x) + \frac{3}{4} \cos x \quad \forall x \in \mathbb{R}.$$

Aufgabe 30 (3 Punkte). Zeigen Sie : Ist $z \in \mathbb{C} \setminus \{0\}$, $n \in \mathbb{N}^*$, so hat die Gleichung

$$w^n = z$$

n verschiedene Lösungen in \mathbb{C} .

Skizzieren Sie für $z = 8i$ und $n = 3$ die Lösungen.

Aufgabe 31 (5 Punkte). Berechnen Sie die Ableitungen folgender Funktionen:

a) $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, x \mapsto \frac{e^x}{1+x^2},$

b) $f :]0, \infty[\rightarrow \mathbb{R}, x \mapsto x^x,$

c) $f :]0, \infty[\rightarrow \mathbb{R}, x \mapsto \ln \frac{1 + \sqrt{1+x^2}}{x} - \sqrt{1+x^2},$

d)(*) $f = \operatorname{arsinh} : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ (vgl. Aufg. 25).

Benutzen Sie dabei die Formel zur Berechnung der Ableitung von Umkehrfunktionen und die Darstellung von arsinh aus Aufg. 25.

Aufgabe 32 (3 Punkte). Sei $f : [0, \infty[\rightarrow \mathbb{R}, x \mapsto \begin{cases} x^2 \cdot \sin \frac{1}{x}, & x > 0 \\ 0, & x = 0. \end{cases}$

a) Berechnen Sie $f'(x)$ für $x > 0$.

b) Zeigen Sie: f ist in 0 differenzierbar und $f'(0) = 0$.