Fachbereich Mathematik und Informatik
Universität Marburg
Prof. Dr. W. Gromes

Wintersemester 2004/05

Übungen zur Mathematik III

– Blatt 12 –

Abgabe: Montag, 17.1.2005, 9 Uhr s.t.

Aufgabe 43 (3 Punkte). Ein Kriminologe möchte anhand einer Stichprobe herausfinden, wieviel Prozent der Bundesbürger bereits einmal einen Ladendiebstahl begangen haben. Da wohl kaum eine ehrliche Antwort zu erwarten ist, wenn die Befragten nicht sicher sind, dass niemand (auch der Frager nicht) ihre Antwort erfährt, legt der Kriminologe jedem Befragten 10 Kärtchen vor. Auf vier dieser Kärtchen steht Frage 1:

> “Ist es richtig, dass Sie bereits einmal einen Ladendiebstahl begangen haben?”

Auf den 6 restlichen Karten steht Frage 2:

> “Ist es richtig, dass Sie noch nie einen Ladendiebstahl begangen haben?”

Jeder Befragte wird gebeten, uneinsehbar für den Frager die Karten zu mischen, eine Karte zu ziehen, und die Frage mit “Ja” oder “Nein” zu beantworten. Da der Interviewer nicht weiß, welche Frage beantwortet wurde, ist die Anonymität des Befragten gesichert. Bei einer (umfangreichen) Stichprobe antworten 53% der befragten Personen mit “Ja”. Wieviel Prozent der Bundesbürger sind Ladendiebe?

Hinweis: Betrachten Sie die Ergebnisräume $\Omega_1 = \{F_1, F_2\}$ (Fragekarten) und $\Omega_2 = \{L, \overline{L}\}$ (Ladendieb, kein Ladendieb). Was gilt für die W-Verteilung auf $\Omega_1 \times \Omega_2$?

Aufgabe 44 (4 Punkte). Bei einer Produktion seien 0,3% der Produkte fehlerhaft.

a) Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass bei einer Stichprobe von 100 Exemplaren genau 1, höchstens 1, mindestens 1 fehlerhaft ist.

b) Wie groß muss die Stichprobe gewählt werden, damit mit einer Wahrscheinlichkeit von 99% zumindest ein defektes Exemplar darunter ist.

Aufgabe 45 (mündlich). Analysieren Sie das folgende bekannte Würfelspiel: Gespielt wird mit einem Würfel; jeder Spieler darf so oft würfeln, wie er will; würfelt man eine 1, so muss man aufhören und erhält 0 Punkte; sonst wird die bis zum Aufhören gesammelte Augensumme gutgeschrieben. Ziel ist natürlich, möglichst viele Punkte zu bekommen.

Was ist die optimale Strategie? (Vergleichen Sie das Risiko, beim Würfeln einer 1 alles Angesammelte zu verlieren mit dem zu erwartenden Gewinn.)

Aufgabe 46 (5 Punkte). Die Zufallsvariable S bezeichne die Summe der Augenzahlen beim Würfeln mit zwei (homogenen) Würfeln.

a) Ermitteln Sie die Wahrscheinlichkeitsverteilung von S und stellen Sie diese in einem Histogramm dar.

b) Zeichnen Sie die Verteilungsfunktion von S.

c) Berechnen Sie $E(S)$ und $V(S)$.