

## 1. Übungsblatt zur Algebra

Abgabe: Do, 27.10.2011, bis 17 Uhr, Lahnberge, Briefkästen Ebene D6

1. Im folgenden werden Verknüpfungen  $\circ$  auf  $\mathbb{N}$  definiert. Untersuchen Sie diese auf Assoziativität, Kommutativität und Existenz von neutralen Elementen.

(a)  $m \circ n = m^n$

(b)  $m \circ n = m + n + mn$

(c)  $m \circ n = \text{ggT}(m, n)$

2. Sei  $G$  eine endliche abelsche Gruppe mit dem neutralen Element  $e$ . Zeigen Sie

$$\prod_{g \in G} g^2 = e.$$

3. Geben Sie für sämtliche Gruppen mit 4 Elementen die Gruppentafeln an.
4. Sudoku für Mathematiker: Sei  $G = \{a, b, c, x, y, z\}$  eine Menge mit 6 Elementen. Sei  $\cdot$  eine Verknüpfung auf  $G$ . Vervollständigen Sie die folgende Tafel so, daß sie zur Verknüpfungstafel einer Gruppe  $(G, \cdot)$  wird.

$\cdot$	$a$	$b$	$c$	$x$	$y$	$z$
$a$					$c$	$b$
$b$		$x$	$z$			
$c$		$y$				
$x$				$x$		
$y$						
$z$		$a$			$x$	