Wintersemester 2011/2012

2. Übungsblatt zur Algebra

Abgabe: Do, 03.11.2011, bis 17 Uhr, Lahnberge, Briefkästen Ebene D6

1. Sei $(G, \circ)$ eine Gruppe.
   (i) Sei H eine nichtleere, endliche Teilmenge von G, welche bezüglich $\circ$ abgeschlossen ist. Zeigen Sie: H ist eine Untergruppe von G.
   (ii) Geben Sie ein Beispiel an, welches illustriert, daß in (i) die Voraussetzung „H endlich“ wesentlich ist.

2. Sei $\mathfrak{S}_3$ die symmetrische Gruppe vom Grad 3.
   (i) Geben Sie eine explizite Aufzählung der Elemente von $\mathfrak{S}_3$ an.
   (ii) Sei H die von $(1, 2)$ erzeugte Untergruppe von $\mathfrak{S}_3$. Bestimmen Sie (explizit) sämtliche Linksnebenklassen von H in $\mathfrak{S}_3$.
   (iii) Zeigen Sie: Die Untergruppe H in (ii) ist kein Normalteiler in $\mathfrak{S}_3$.

3. Sei G eine Gruppe. Sei H eine Untergruppe von G, so daß die Menge ${}^{G}\!/_{H}$ der Linksnebenklassen von H in G aus zwei Elementen besteht. Zeigen Sie: $H \triangleleft G$

4. Sei $\varphi : (\mathbb{Q}, +) \to (\mathbb{Z}, +)$ ein Gruppenhomomorphismus. Zeigen Sie: φ ist die Nullabbildung.