

8. Übungsblatt zur Algebra

Abgabe: Do, 15.12.2011, bis 17 Uhr, Lahnberge, Briefkästen Ebene D6

1. (i) Bestimmen Sie sämtliche Isomorphieklassen abelscher Gruppen der Ordnung 36.
(ii) Wie viele Isomorphieklassen abelscher Gruppen der Ordnung $2^6 \cdot 3^4 \cdot 5^2$ gibt es?
2. Bestimmen Sie sämtliche Isomorphieklassen von Gruppen der Ordnung 45.
Anleitung: Studieren Sie für eine Gruppe der Ordnung 45 die p -Sylowgruppen und benutzen Sie Aufgabe 2 von Blatt 7.
3. Sei R ein Ring mit 1, und seien $a, b \in R$. Zeigen Sie:
 - (i) Gilt $a \cdot b = 1$ und ist a kein Linksnullteiler oder b kein Rechtsnullteiler, so gilt auch $b \cdot a = 1$, d.h. a und b sind Einheiten in R .
 - (ii) Ist R endlich, so ist jedes Element $a \in R \setminus \{0\}$, welches kein Linksnullteiler oder kein Rechtsnullteiler ist, eine Einheit in R .
4. Bestimmen Sie sämtliche Lösungen $x \in \mathbb{Z}$ der simultanen Kongruenzen

$$x \equiv 1 \pmod{2}$$

$$x \equiv 2 \pmod{3}$$

$$x \equiv 3 \pmod{5}$$

$$x \equiv 5 \pmod{7}.$$