



Übungen zur „Theoretischen Informatik“, Sommersemester 2009

Prof. Dr. R. Loogen, Dipl.-Inform. Th. Horstmeyer · Fachbereich Mathematik und Informatik · Marburg

Nr. 8, Abgabe: Dienstag, 9. Juni 2009 vor der Vorlesung

1. Kontextfreie und nicht-kontextfreie Sprachen

4 Punkte

Gegeben seien die folgenden Sprachen:

$$L_1 = \{a^i b^j c^k d^l \mid i, j, k, l \geq 0, i = j, k = l\}$$

$$L_2 = \{a^i b^j c^k d^l \mid i, j, k, l \geq 0, i = k, j = l\}$$

$$L_3 = \{a^i b^j c^k d^l \mid i, j, k, l \geq 0, i = l, j = k\}$$

(a) Zeigen Sie, dass zwei dieser Sprachen kontextfrei sind.

/ 2

(b) Zeigen Sie, dass die verbleibende Sprache nicht kontextfrei ist.

/ 2

2. Spektrum kontextfreier Sprachen

4 Punkte

Das *Spektrum* einer formalen Sprache L ist folgendermaßen definiert:

$$S(L) := \{|w| \mid w \in L\} \subseteq \mathbb{N}.$$

Dabei bezeichnet $|w|$ für $w \in \Sigma^*$ die Länge von w .

Die Spektralfolge $Sf(L) := (n_0, n_1, n_2, \dots)$ ist die streng monoton steigende Folge aller Elemente von $S(L)$.

(a) Beweisen Sie, dass es zu einer kontextfreien Sprache L mit nicht-leerem Spektrum $S(L)$ ein $m \in \mathbb{N}$ gibt, so dass für die Spektralfolge $Sf(L)$ gilt:

/ 3

$$n_{i+1} - n_i \leq m \text{ für alle } i \in \mathbb{N}.$$

(b) Geben Sie diejenigen Polynome $P(x) = a_k x^k + a_{k-1} x^{k-1} + \dots + a_1 x + a_0$ an, deren Wertebereich das Spektrum einer kontextfreien Sprache ist.

/ 1

3. Permutationssprachen

4 Punkte

Zu $L \subseteq \Sigma^*$ sei $perm(L) \subseteq \Sigma^*$ die Menge aller Permutationen von Wörtern in L . Dabei heißt w Permutation von v , falls die Buchstaben von w so umgestellt werden können, dass sich v ergibt.

Beispiel: $perm(\{a^n b^n \mid n \geq 0\}) = \{w \in \{a, b\}^* \mid |w|_a = |w|_b\}$.

Geben Sie mit Beweis je ein Beispiel an:

(a) für eine reguläre Sprache L_1 über dem Alphabet $\{a, b\}$, so dass $perm(L_1)$ nicht regulär ist. Ordnen Sie $perm(L_1)$ in die Chomsky-Hierarchie ein.

/ 2

(b) für eine reguläre Sprache L_2 über dem Alphabet $\{a, b, c\}$, so dass $perm(L_2)$ nicht kontextfrei ist. Ordnen Sie $perm(L_2)$ in die Chomsky-Hierarchie ein.

/ 2