WS 1999/2000 Prof. Dr. F.W. Knöller

5. Übungsblatt zur Analysis I

Abgabe: 3.12.1999, 11.00 Uhr, vor dem HG 4

5.1.:
Zeige für $x, y \in \mathbb{R}$

(1) $\max\{x, y\} = \frac{1}{2}(x + y + \mid x - y \mid)$

(2) $\frac{1+|x|}{1+|y|} \leq 1 + \mid x - y \mid$

(3) $\frac{|x+y|}{1+|x+y|} \leq \frac{|x|}{1+|x|} + \frac{|y|}{1+|y|}$.

Gib außerdem eine Formel für $\min\{x, y\}$ an. (5)

5.2.:
Teste auf Konvergenz:

(1) $\frac{-5n^4+3n^3-n^2}{2n^4+2n^2-7}$, $n = 0, 1, 2, ...$

(2) $\sqrt{n}(\sqrt{n+1} - \sqrt{n})$, $n = 0, 1, 2, \ldots$

(3) $(\frac{n}{n+1})^{n^2}$, $n = 0, 1, 2, \ldots$

(4) $\prod_{k=1}^{n}(1 + \frac{1}{k})$, $n = 1, 2, \ldots$

(5)

5.3.: Sei (a_n) eine konvergente Folge reeller Zahlen mit dem Grenzwert a_* und (M_n) die Folge der arithmetischen Mittel der (a_n) :

$$M_n := \frac{a_o + a_1 ... + a_n}{n+1}, \qquad n = 0, 1, 2, \ldots$$

Zeige, dass auch die Folge (M_n) gegen a_* konvergiert. (5)

5.4.:
Let $\pi : \mathbb{N} \longrightarrow \mathbb{N}$ be a permutation (=bijektive Selbstabbildung) of the natural numbers and $n \longmapsto a_n$ a sequence of real numbers which converges to $a_* \in \mathbb{R}$. Prove that the "rearranged" sequence $n \mapsto a_{\pi(n)}$ converges as well to a_*. (5)