SS 2000 Prof. Dr. F.W. Knöller

1. Übungsblatt zur Analysis II

Abgabe: 14.04.2000, 11.00 Uhr, vor dem HG 4

Aufgaben 1.1 und 1.2 mündlich.

1.1.:

Welche Mengen in $\mathbb{C}$ werden durch folgende Eigenschaften beschrieben:

(1) $\left|\frac{z-i}{z+i}\right| = 1$

(2) $\left|\frac{z-c}{\bar{c}z-1}\right| < 1, \quad |c| < 1$

1.2.:

Sei $\xi \in \mathbb{C}$ eine Nullstelle des Polynoms $z^n - 1, \quad \xi \neq 1$.

Zeige: $\quad \xi + \xi^2 + \xi^3 + \ldots + \xi^n = 0$.

Folgere für $n \geq 2$:

$$0 = \sum_{k=0}^{n-1} \cos\left(\frac{2\pi k}{n}\right) = \sum_{k=0}^{n-1} \sin\left(\frac{2\pi k}{n}\right) = 0$$

1.3.:

Bestimme die Reihenwerte

(1) $\sum_{n\geq 0} \frac{\cos(nt)}{2^{n+1}}$

(2) $\sum_{n\geq 0} \frac{\sin(nt)}{n!}$

(5)

1.4.:

Zeige, dass der komplexe Sinus

$$\mathbb{C} \longrightarrow \mathbb{C}, \quad z \longmapsto \sin z = \frac{1}{2i}\left(e^{iz} - e^{-iz}\right) = \sum_{n\geq 0} (-1)^n \frac{z^{2n+1}}{(2n+1)!}$$

surjektiv ist. (5)

Hinweis: Zeige zunächst, dass für alle $w \in \mathbb{C}$ die Gleichung $\frac{1}{2i}\left(u - u^{-1}\right) = w$ eine komplexe Lösung u besitzt.

Klausurtermin: Freitag, den 7.7.2000, 14.15-17.00 Uhr, Audimax