2. Übungsblatt zur Analysis II

Abgabe: 28.04.2000, 11.00 Uhr, vor dem HG 4

Aufgaben 2.1 und 2.2 mündlich.

2.1.:
Show that any non-constant polynomial p with real coefficients is a finite product of linear and quadratic polynomials with real coefficients, too.
Remark, that if $\alpha \in \mathbb{C}$ is a zero of p, then $\overline{\alpha}$ is also a zero of p.

2.2.:
Zeige: Das Integral

$$\int_0^\infty \frac{\sin x}{x} dx$$

ist konvergent, aber nicht absolut konvergent.
Hinweis: Beweise zunächst die Existenz einer Konstanten $C > 0$, so dass für alle $n \geq 2$ gilt: $\frac{C}{n} \leq \int_{\pi\cdot(n-1)}^{\pi\cdot n} \left|\frac{\sin x}{x}\right| dx \leq \frac{C}{n-1}$.

2.3.:
Studiere in Eigenlektüre den Abschnitt des Skripts über die Partialbruchzerlegung und berechne

$$\int_0^1 \frac{dx}{(x^2+1)^2}.$$

(5)

Weitere Übungsvorschläge:

$$(a) \quad \int_0^1 \frac{1}{x^3+1} dx \qquad (b) \quad \int_{-\frac{1}{2}}^{\frac{1}{2}} \frac{1}{x^4-1} dx \qquad (c) \quad \int_{-\frac{1}{2}}^{\frac{1}{2}} \frac{1}{(x^2+1)(x^4-1)} dx.$$

2.4.:
Zeige, dass die Abbildung

$$F : \overline{\mathbb{R}_+} \longrightarrow \mathbb{R}, \quad t \longmapsto F(t) := \left(\int_0^t \exp(-x^2) dx\right)^2 + \int_0^1 \frac{\exp\big(-t^2(x^2+1)\big)}{x^2+1} dx$$

differenzierbar ist und berechne DF. (5)

Klausurtermin: Freitag, den 7.7.2000, 14.15-17.00 Uhr, Audimax