SS 2000 Prof. Dr. F.W. Knöller

9. Übungsblatt zur Analysis II
Abgabe: 16.06.2000, 11.00 Uhr, vor dem HG 4

Aufgaben 9.1. und 9.2. sind mündlich zu bearbeiten.

9.1.:
Prove the following generalization of Rolle's theorem:
Let $\emptyset \neq X \subset \mathbb{R}^n$ be open, $\overline{X}$ compact, $f : \overline{X} \longrightarrow \mathbb{R}$ continuous, $f\big|_{\partial X} = 0$ and $f\big|_X$ differentiable.
Then the gradient of f vanishes (=verschwindet) in one point at least.

9.2.:
Zeige, dass die Abbildung

$$f : \mathbb{R}^n \longrightarrow \mathbb{R}^n, \quad x \longmapsto \|x\|_2 \cdot x$$

überall differenzierbar ist, und berechne ihre Ableitung $Df(x)$ für alle $x \in \mathbb{R}^n$.

9.3:
Untersuche die Abbildung $f : \mathbb{R}^2 \longrightarrow \mathbb{R}$,

$$f(x,y) := \begin{cases} xy \sin\left(\frac{1}{x^2+y^2}\right) & x^2+y^2 > 0 \\ 0 & \text{sonst} \end{cases}$$

auf Stetigkeit, partielle Differenzierbarkeit und Differenzierbarkeit. (5)

9.4.:
Sei $X \subset \mathbb{R}^n$ offen so dass $t \cdot X \subset X$ für alle $t \in (0,1]$. $f : X \longrightarrow \mathbb{R}$ heisst homogen vom Grade $\lambda \in \mathbb{R}$, wenn gilt

$$f(tx) = t^\lambda f(x) \text{ für alle } (x,t) \in X \times (0,1].$$

Zeige, dass für stetig differenzierbares f folgende Aussagen äquivalent sind:

(1) f ist homogen vom Grade λ,

(2) $(\operatorname{grad} f(x) | x) = \lambda f(x)$ für alle $x \in X$.

Berechne hiermit $\big(D \det(A)\big)(A)$ für $A \in \mathbb{R}^{n \times n}$. (5)

Klausur:	07.07.2000,	14.15 - 17.00,	HG 114
Nachklausur:	12.10.2000,	9.15 - 12.00,	HG 114