

Übungen zur „Theoretischen Informatik“, Sommersemester 2003

Nr. 1, Besprechung bzw. Abgabe: 30. April bis 2. Mai in den Übungsgruppen

A. Mündliche Aufgaben

1. Wörter und Sprachen

- (a) Bestimmen Sie folgende Sprachen:
 - i. \emptyset^* und \emptyset^+
 - ii. $\{ab\}^*$ und $\{ab\}^+$
- (b) Erläutern Sie den Unterschied zwischen ε , \emptyset und $\{\varepsilon\}$.
- (c) Für welche Sprachen $L \subseteq \{a, b\}^*$ ist L^* endlich?
- (d) Seien L, L_1 und L_2 beliebige Sprachen über einem Alphabet Σ . Beweisen oder widerlegen Sie:
 - i. $(L^*)^* = L^*$
 - ii. $L_1L_2 = L_2L_1$

2. Deterministische endliche Automaten

- (a) Definieren Sie deterministische endliche Automaten, die die folgenden Sprachen über dem Alphabet $\{0, 1\}$ akzeptieren:
 - i. Die Menge aller Zeichenreihen, die auf 01 enden.
 - ii. Die Menge aller Wörter, die mit 01 beginnen oder aufhören.
- (b) Entwickeln Sie deterministische endliche Automaten für die folgenden Sprachen, zu denen in der Vorlesung nichtdeterministische Automaten vorgestellt wurden. Vergleichen Sie jeweils die Automaten hinsichtlich ihrer Komplexität (Anzahl der Zustände, Transitionen etc.).

Sei $\Sigma = \{a, b\}$.

- i. $L_1 = \{wab \mid w \in \Sigma^*\}$ ab als Suffix.
- ii. $L_2 = \{abw \mid w \in \Sigma^*\}$ ab als Präfix.
- iii. $L_3 = \{uabv \mid u, v \in \Sigma^*\}$ ab als Infix.
- iv. $L_4 = \{uavbw \mid u, v, w \in \Sigma^*\}$ a gefolgt von b .

3. Hilfsresultat

$\mathcal{A} = (Q, \Sigma, \delta, q_0, F)$ sei ein nichtdeterministischer endlicher Automat. Zeigen Sie induktiv, dass für beliebige $q, q' \in Q, u \in \Sigma^*, a \in \Sigma$ gilt

$$(q, ua) \vdash_{\mathcal{A}}^* (q', a) \iff (q, u) \vdash_{\mathcal{A}}^* (q', \varepsilon)$$

B. Hausaufgaben

Die Abgabe der Hausaufgaben ist in Zweiergruppen erlaubt.

4. Modifizieren Sie den Parkscheinautomaten aus der Vorlesung so, dass die Schranke nur bei Eingabe des exakten Betrags geöffnet wird. Bei Überzahlung soll der Überschuss in entsprechenden Geldstücken (Transitionen $-50, -100$) herausgegeben werden.

3 Punkte

Geben Sie die Sprache des modifizierten Parkscheinautomaten an.

5. Entwerfen Sie deterministische endliche Automaten, die testen, ob eine Folge von Dezimalziffern eine durch

5 Punkte

(a) 100

(b) 25

teilbare Zahl darstellt. Geben Sie jeweils das Alphabet, die Zustandsmenge, den Startzustand und die Menge der Endzustände an und zeichnen Sie ein Zustandsübergangsdiagramm für die Funktion δ .

6. Welche der unten gezeigten Automaten über $\Sigma = \{a, b\}$ sind deterministische endliche Automaten im Sinne der Definition aus der Vorlesung? Begründen Sie Ihre Antworten.

4 Punkte

