

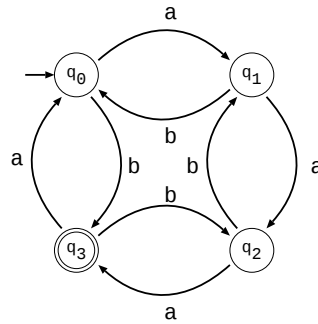
Übungen zur „Theoretischen Informatik“, Sommersemester 2003

Nr. 2, Besprechung bzw. Abgabe: 7. bis 9. Mai in den Übungsgruppen

A. Mündliche Aufgaben

7. Sprache eines Automaten

Wie lassen sich die von dem nebenstehenden Automaten akzeptierten Wörter über dem Alphabet $\{a, b\}$ charakterisieren? Begründen Sie Ihre Antwort.



8. Präfixsprache

Für eine Sprache $L \subseteq \Sigma^*$ wird die Präfixsprache $\text{INIT}(L)$ definiert:

$$\text{INIT}(L) := \{u \in \Sigma^* \mid \exists v \in \Sigma^*. uv \in L\}.$$

Zeigen Sie: Falls $L \in \mathcal{L}(\Sigma, DFA)$, so gilt auch $\text{INIT}(L) \in \mathcal{L}(\Sigma, DFA)$.

9. Wortfunktion

Sei Σ ein Alphabet. Die Funktionen $f : \Sigma^* \rightarrow \Sigma^*$ und $f_a : \Sigma^* \rightarrow \Sigma^*$ seien für alle $a \in \Sigma$ induktiv definiert durch

$$\begin{aligned} f(\varepsilon) &:= \varepsilon & f_a(\varepsilon) &:= a \\ f(aw) &:= f_a(w) & f_a(bw) &:= \begin{cases} f_a(w) & \text{falls } a = b \\ af_b(w) & \text{falls } a \neq b \end{cases} \end{aligned}$$

Zeigen Sie durch Induktion für alle $w \in \Sigma^*$:

- (a) $|f(w)| \leq |w|$
- (b) $f(w)$ enthält kein Teilwort der Form aa für beliebiges $a \in \Sigma$.

B. Hausaufgaben

Die Abgabe der Hausaufgaben ist in Zweiergruppen erlaubt.

10. Sprachen

4 Punkte

Seien L, L_1 und L_2 beliebige Sprachen über einem Alphabet Σ . Beweisen oder widerlegen Sie:

- (a) $(L_1 L_2)^* L_1 = L_1 (L_2 L_1)^*$
- (b) $L(L_1 \cap L_2) = LL_1 \cap LL_2$

11. Endliche Automaten

4 Punkte

Geben Sie Automaten zur Erkennung der folgenden Sprachen über dem Alphabet $\{0, 1\}$ an:

- (a) alle Bitfolgen, die eine gerade Anzahl von Einsen *und* eine gerade Anzahl von Nullen enthalten
- (b) alle Bitfolgen, die eine gerade Anzahl von Einsen *oder* eine gerade Anzahl von Nullen enthalten.

12. Automatentransformationen

4 Punkte

Sei $L \in \mathcal{L}(\Sigma, \text{DFA})$. Zeigen Sie:

- (a) $L \cap \{w \in \Sigma^* \mid |w| \text{ gerade}\} \in \mathcal{L}(\Sigma, \mathbf{DFA})$
- (b) $\overleftarrow{L} := \{\overleftarrow{w} \mid w \in L\} \in \mathcal{L}(\Sigma, \mathbf{NFA})$

Dabei sei für $w \in \Sigma^*$ die Spiegeloperation $\overleftarrow{\cdot} : \Sigma^* \rightarrow \Sigma^*$ wie folgt induktiv definiert:

$$\begin{aligned}\overleftarrow{\varepsilon} &:= \varepsilon \\ \overleftarrow{wa} &:= a\overleftarrow{w}\end{aligned}$$