

Übungen zur „Theoretischen Informatik“, Sommersemester 2005

Nr. 1, Abgabe: Dienstag, 19. April 2005 vor der Vorlesung

A. Hausaufgaben

Die Abgabe der Hausaufgaben ist in Zweiergruppen erlaubt.

1. Wörter und Sprachen

4 Punkte

- (a) Erläutern Sie den Unterschied zwischen ε , \emptyset und $\{\varepsilon\}$.
- (b) Für welche Sprachen $L \subseteq \{a, b\}^*$ ist L^* endlich?
- (c) Beweisen oder widerlegen Sie für beliebige Sprachen L, L_1 und L_2 über einem Alphabet Σ , dass
 - i. $L_1L_2 = L_2L_1$
 - ii. $L(L_1 \cap L_2) = LL_1 \cap LL_2$

2. Palindrome

4 Punkte

Ein *Palindrom* über einem endlichen Alphabet ist ein Wort, das sich vorwärts und rückwärts identisch liest (Beispiel: reittier). Alternativ kann ein Palindrom auch wie folgt induktiv definiert werden:

- (a) ϵ ist ein Palindrom.
- (b) Wenn a ein Buchstabe ist, dann ist das Wort a ein Palindrom.
- (c) Wenn a ein Buchstabe und x ein Palindrom ist, dann ist axa ein Palindrom.
- (d) x ist nur dann ein Palindrom, wenn dies aus den Regeln 1 – 3 folgt.

Zeigen Sie induktiv die Äquivalenz dieser beiden Definitionen.

3. Deterministische endliche Automaten

4 Punkte

Definieren Sie deterministische endliche Automaten, die die folgenden Sprachen über dem Alphabet $\{0, 1\}$ akzeptieren:

- (a) Die Menge aller Zeichenreihen, die nicht auf 01 enden.
- (b) Die Menge aller Zeichenreihen, die das Teilwort 101 (nicht notwendigerweise am Ende) enthalten.

B. Mündliche Aufgaben

4. Sei Σ ein Alphabet. Die Funktionen $f : \Sigma^* \rightarrow \Sigma^*$ und $f_a : \Sigma^* \rightarrow \Sigma^*$ seien für alle $a \in \Sigma$ induktiv definiert durch

$$\begin{array}{ll} f(\varepsilon) & := \varepsilon & f_a(\varepsilon) & := a \\ f(aw) & := f_a(w) & f_a(bw) & := \begin{cases} f_a(w) & \text{falls } a = b \\ af_b(w) & \text{falls } a \neq b \end{cases} \end{array}$$

- (a) Was bewirkt f ?
- (b) Zeigen Sie durch Induktion für alle $w \in \Sigma^*$: $|f(w)| \leq |w|$.
5. Entwerfen Sie deterministische endliche Automaten, die testen, ob eine Folge von Dezimalziffern eine durch
- (a) 100
- (b) 25

teilbare Zahl darstellt. Geben Sie jeweils das Alphabet, die Zustandsmenge, den Startzustand und die Menge der Endzustände an und zeichnen Sie ein Zustandsübergangsdiagramm für die Funktion δ .

6. Entwickeln Sie deterministische endliche Automaten für die folgenden Sprachen, zu denen in der Vorlesung nichtdeterministische Automaten vorgestellt wurden. Vergleichen Sie jeweils die deterministischen und nichtdeterministischen Automaten hinsichtlich ihrer Komplexität (Anzahl der Zustände, Transitionen etc.).

Sei $\Sigma = \{a, b\}$.

- (a) $L_1 = \{wab \mid w \in \Sigma^*\}$ ab als Suffix.
- (b) $L_2 = \{abw \mid w \in \Sigma^*\}$ ab als Präfix.
- (c) $L_3 = \{uabv \mid u, v \in \Sigma^*\}$ ab als Infix.
- (d) $L_4 = \{uavbw \mid u, v, w \in \Sigma^*\}$ a gefolgt von b .