

## Übungen zur „Theoretischen Informatik“, Sommersemester 2005

Nr. 10, Abgabe: Dienstag, 21. Juni 2005 vor der Vorlesung

---

### A. Hausaufgaben

43. Das *Spektrum* einer formalen Sprache  $L$  ist folgendermaßen definiert:

4 Punkte

$$S(L) := \{|w| \mid w \in L\} \subseteq \mathbb{N}.$$

Dabei bezeichnet  $|w|$  für  $w \in \Sigma^*$  die Länge von  $w$ .

Die Spektralfolge  $Sf(L) := (n_0, n_1, n_2, \dots)$  ist die streng monoton steigende Folge aller Elemente von  $S(L)$ .

(a) Beweisen Sie, dass es zu einer kontextfreien Sprache  $L$  mit nicht-leerem Spektrum  $S(L)$  ein  $m \in \mathbb{N}$  gibt, so dass für die Spektralfolge  $Sf(L)$  gilt:

$$n_{i+1} - n_i \leq m \text{ für alle } i \in \mathbb{N}.$$

(b) Geben Sie diejenigen Polynome  $P(x) = a_k x^k + a_{k-1} x^{k-1} + \dots + a_1 x + a_0$  an, deren Wertebereich das Spektrum einer kontextfreien Sprache ist.

44. Die Grammatik  $\mathcal{G} = (\{S\}, \{(\,,)\}, P, S)$  mit  $P: S \rightarrow () \mid (S) \mid SS$

4 Punkte

erzeugt die Sprache  $K$  der wohlgeformten Klammerausdrücke.

Geben Sie eine ausführlich kommentierte Turingmaschine an, die die Sprache  $K$  akzeptiert.

45. Eine Turingmaschine heißt *rechtsseitig*, falls sie niemals ein Feld auf dem Turingband benutzt, welches links von dem Eingabewort der Anfangskonfiguration liegt.

4 Punkte

Zeigen Sie, dass es zu jeder Turingmaschine eine äquivalente rechtsseitige gibt.

### B. Mündliche Aufgabe

46. Zu  $L \subseteq \Sigma^*$  sei  $perm(L) \subseteq \Sigma^*$  die Menge aller Permutationen von Wörtern in  $L$ . Dabei heißt  $w$  Permutation von  $v$ , falls die Buchstaben von  $w$  so umgestellt werden können, dass sich  $v$  ergibt.

Beispiel:  $perm(\{a^n b^n \mid n \geq 0\}) = \{w \in \{a, b\}^* \mid |w|_a = |w|_b\}$ .

(a) Geben Sie mit Begründung ein Beispiel für eine reguläre Sprache  $L$  über dem Alphabet  $\{a, b\}$  an, so dass  $perm(L)$  nicht regulär ist.

(b) Geben Sie mit Begründung ein Beispiel für eine reguläre Sprache  $L$  über dem Alphabet  $\{a, b, c\}$  an, so dass  $perm(L)$  nicht kontextfrei ist.

(c) Zeigen Sie, dass für jede reguläre Sprache  $L$  über einem zweielementigen Alphabet  $perm(L)$  kontextfrei ist.

**Hinweis:** Gehen Sie von einem DFA  $\mathcal{A}$  für  $L$  aus und konstruieren Sie einen PDA  $\mathcal{B}$  für  $perm(L)$ . Begründen Sie, warum  $\mathcal{B}$   $perm(L)$  erkennt.