

Übungen zur „Theoretischen Informatik“, Sommersemester 2005

Nr. 3, Abgabe: Dienstag, 3. Mai 2005 vor der Vorlesung

A. Hausaufgaben

12. Abschlusseigenschaften

3 Punkte

Zeigen Sie durch Konstruktion geeigneter DFA's, dass die Sprachen aus $\mathcal{L}(\Sigma, DFA)$ unter Komplementbildung, Schnitt und Vereinigung abgeschlossen sind, d.h. dass es bei gegebenen DFAs \mathcal{A}_1 und \mathcal{A}_2 zur Erkennung der Sprachen $L(\mathcal{A}_1)$ und $L(\mathcal{A}_2)$ auch DFAs zur Erkennung von

(a) $\overline{L(\mathcal{A}_1)} = \Sigma^* \setminus L(\mathcal{A}_1)$ (b) $L(\mathcal{A}_1) \cap L(\mathcal{A}_2)$ (c) $L(\mathcal{A}_1) \cup L(\mathcal{A}_2)$

gibt. Dabei sollen keine NFAs als Zwischenschritte benutzt werden.

13. Potenzmengenkonstruktion

5 Punkte

Es sei $\Sigma = \{a, b\}$ und L die Menge aller Wörter $w \in \Sigma^*$, die das Teilwort bb enthalten oder mit einer nicht-leeren Folge von a 's enden.

- (a) Geben Sie einen NFA \mathcal{A}_1 mit $L(\mathcal{A}_1) = L$ an.
- (b) Konstruieren Sie einen DFA \mathcal{A}_2 mit $L(\mathcal{A}_2) = L$.
- (c) Ist Ihr DFA minimal? Begründen Sie Ihre Antwort.

14. Erkennbarkeit von Teilsprachen

4 Punkte

Gegeben seien ein Alphabet Σ mit $\$ \notin \Sigma$ und zwei nicht-leere Sprachen $L_1, L_2 \subseteq \Sigma^*$ mit $L_1\$L_2 := L_1 \cdot \{\$\} \cdot L_2 \in \mathcal{L}(\Sigma \cup \{\$\}, NFA)$.

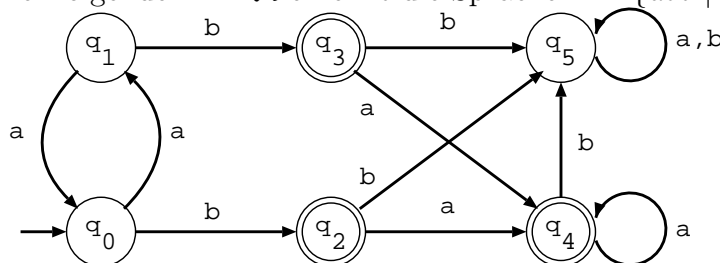
- (a) Zeigen Sie, dass $L_1 \in \mathcal{L}(\Sigma, NFA)$ ist.
- (b) Gilt auch $L_2 \in \mathcal{L}(\Sigma, NFA)$?

B. Mündliche Aufgaben

15. Für $L \subseteq \Sigma^*$ sei $INIT(L) := \{u \in \Sigma^* \mid \exists v \in \Sigma^*. uv \in L\}$ die *Präfixsprache* von L .

Zeigen Sie: Falls $L \in \mathcal{L}(\Sigma, DFA)$, so gilt auch $INIT(L) \in \mathcal{L}(\Sigma, DFA)$.

16. Sei $\Sigma = \{a, b\}$. Der folgende DFA \mathcal{A} erkennt die Sprache $L = \{ubv \mid u, v \in \{a\}^*\}$.



- (a) Minimieren Sie diesen Automaten.
- (b) Zeigen Sie für dieses Beispiel durch explizite Angabe von $\rho_{\mathcal{A}}$ und ρ_L , dass $\rho_{\mathcal{A}}$ eine Verfeinerung von ρ_L ist.
- (c) Geben Sie den Zustandsgraphen des Äquivalenzklassenautomaten an.