

## Übungen zur „Theoretischen Informatik“, Sommersemester 2005

Nr. 9, Abgabe: Dienstag, 14. Juni 2005 vor der Vorlesung

---

### A. Hausaufgaben

38. Beweisen oder widerlegen Sie, dass die Sprache  $\Sigma^* \setminus \{a^n b^n a^n \mid n \geq 0\}$  kontextfrei ist.

3 Punkte

39. Gegeben sei die Sprache  $L = \{0^n 1^m \mid n \leq m \leq 2n\}$ .

3 Punkte

- Geben Sie eine kontextfreie Grammatik  $G$  für  $L$  an.
- Bestimmen Sie den Top-Down-Analyseautomaten zu  $G$ .
- Geben Sie alle möglichen Konfigurationsfolgen des Automaten bei Eingabe von 00111 an.

40. Gegeben sei der Kellerautomat  $\mathcal{A} = (\{q_0, q_1, q_2\}, \{a, b\}, \{Z_0, X\}, \delta, q_0, Z_0, \emptyset)$  mit

6 Punkte

$$\begin{array}{llll} \delta : q_0 a Z_0 & \rightarrow & q_0 X Z_0 & q_1 a X & \rightarrow & q_2 \varepsilon & q_2 a X & \rightarrow & q_2 \varepsilon \\ q_0 a X & \rightarrow & q_0 X X & q_1 b X & \rightarrow & q_1 X & q_2 \varepsilon Z_0 & \rightarrow & q_2 \varepsilon \\ q_0 b X & \rightarrow & q_1 X & & & & & & \end{array}$$

- Konstruieren Sie mit dem im Beweis von Satz 5.5 beschriebenen Verfahren eine kontextfreie Grammatik  $G$  mit  $L(G) = L(\mathcal{A})$ . Vereinfachen Sie die erhaltene Grammatik.
- Bestimmen Sie  $L(\mathcal{A})$ . Begründen Sie Ihre Antwort.
- Geben Sie eine möglichst einfache Grammatik für  $L(\mathcal{A})$  an.
- Vergleichen Sie die beiden Grammatiken.

### B. Mündliche Aufgaben

41. Geben Sie zu den folgenden kontextfreien Sprachen jeweils einen *deterministischen* Kellerautomaten an, der die Sprache akzeptiert, und erläutern Sie kurz die Arbeitsweise der Automaten:

(a)  $L_1 = \{a^i b^j c^k \mid j = i + k, j \geq 1\}$       (b)  $L_2 = \{wc \mid w \in \{a, b\}^*, |w|_a = 2|w|_b\}$

42. Sei  $G = (N, \Sigma, P, S)$  eine kontextfreie Grammatik. Der *Bottom-Up-Analyseautomat* zu  $G$  sei definiert durch  $\mathcal{A} = (Q, \Sigma, \Gamma, \delta, q, Z_0, \emptyset)$  mit  $Q := \{q\}$ ,  $\Gamma := N \cup \Sigma \cup \{Z_0\}$  und  $\delta : Q \times (\Sigma \cup \{\varepsilon\}) \times \Gamma^* \rightarrow \wp_f(Q \times \Gamma^*)$ , wobei folgende Transitionen unterschieden werden:

- „reduce“:  $\delta(q, \varepsilon, \alpha) = \{(q, A) \mid A \rightarrow \overleftarrow{\alpha} \in P\}$
- „shift“:  $\delta(q, a, \varepsilon) = \{(q, a)\}$
- „accept“:  $\delta(q, \varepsilon, SZ_0) = \{(q, \varepsilon)\}$

Es gilt  $L(\mathcal{A}) = \{w \in \Sigma^* \mid (q, w, Z_0) \vdash_{\mathcal{A}}^* (q, \varepsilon, \varepsilon)\}$ , d.h. der Automat akzeptiert durch leeren Keller.

Geben Sie den Bottom-Up-Analyseautomaten zu der folgenden Grammatik an:

$$G = (\{S\}, \{0, 1\}, \{S \rightarrow 0S1 \mid 0S11 \mid 01 \mid 011\}, S)$$

und bestimmen Sie alle möglichen Konfigurationsfolgen bei Eingabe von 00111.