

Übungen zur „Theoretischen Informatik“, Sommersemester 2007

Nr. 1, Abgabe: Dienstag, 24. April 2007 vor der Vorlesung

Die Abgabe der Hausaufgaben ist in Zweiergruppen erlaubt.

1. Wörter und Sprachen

4 Punkte

- (a) Für welche Sprachen $L \subseteq \{a, b\}^*$ ist L^* endlich? / 1
- (b) Beweisen oder widerlegen Sie für beliebige Sprachen L, L_1 und L_2 über einem Alphabet Σ : / 3
- i. $L^+ = L^* \setminus \{\epsilon\}$ ii. $L_1 L_2 = L_2 L_1$ iii. $L(L_1 \cap L_2) = L L_1 \cap L L_2$

2. Wortfunktion

5 Punkte

Sei Σ ein Alphabet. Die Funktionen $f : \Sigma^* \rightarrow \Sigma^*$ und $f_a : \Sigma^* \rightarrow \Sigma^*$ seien für alle $a \in \Sigma$ induktiv definiert durch

$$\begin{aligned} f(\epsilon) &:= \epsilon & f_a(\epsilon) &:= a \\ f(aw) &:= f_a(w) & f_a(bw) &:= \begin{cases} f_a(w) & \text{falls } a = b \\ a f_b(w) & \text{falls } a \neq b \end{cases} \end{aligned}$$

- (a) Was bewirkt f ? / 1
- (b) Zeigen Sie durch Induktion für alle $w \in \Sigma^*$: / 2
- i. $|f(w)| \leq |w|$. / 2
- ii. $f(w)$ enthält kein Teilwort der Form aa für beliebiges $a \in \Sigma$. / 2

Hinweis: Formulieren und zeigen Sie geeignete Hilfsaussagen für die Funktionen f_a .

3. Grammatiken

3 Punkte

Welche Sprachen werden durch die folgenden Grammatiken erzeugt? Geben Sie jeweils eine Beispielableitung eines Wortes aus $L(G_i)$ ($i \in \{1, 2\}$) an.

- (a) $G_1 = \langle \{G, U\}, \{a, b\}, P_1, G \rangle$ mit / 1

$$\begin{aligned} P_1 : G &\rightarrow aU \mid bG \mid \epsilon \\ U &\rightarrow aG \mid bU \end{aligned}$$

- (b) $G_2 = \langle \{S_0, S_1, S_2, S_3, S_4, S_5\}, \{a\}, P_2, S_0 \rangle$ mit / 2

$$\begin{aligned} P_2 : S_0 &\rightarrow S_1 S_3 a S_2 \\ S_3 a &\rightarrow a a S_3 \\ S_3 S_2 &\rightarrow S_4 S_2 \mid S_5 \\ a S_4 &\rightarrow S_4 a \\ S_1 S_4 &\rightarrow S_1 S_3 \\ a S_5 &\rightarrow S_5 a \\ S_1 S_5 &\rightarrow \epsilon \end{aligned}$$