PHILIPPS-UNIVERSITÄT MARBURG
Fachbereich Mathematik und Informatik
Prof. Dr. R. Loogen

D-35032 Marburg
Hans Meerwein Straße
Lahnberge

Übungen zur „Theoretischen Informatik“, Sommersemester 2007

Nr. 11, Abgabe: Dienstag, 3. Juli 2007 vor der Vorlesung

---

34. Fleißige Biber[1] **4 Punkte**

Ein *Biber* ist eine Turingmaschine über $\Gamma = \{|, b\!\!\!/\}$, die, auf das leere Band angesetzt, stoppt. Dabei wird $q\ a\ b$ stop als Turingzeile zugelassen.

Ein *fleißiger Biber* (busy beaver) ist ein Biber, der unter den Bibern gleicher Zustandszahl die maximale Strichzahl auf dem Band liefert.

Die Funktion $BB : \mathbb{N} \to \mathbb{N}$ ist definiert durch

$$BB(x) := \text{Anzahl der Striche eines fleißigen Bibers mit } x \text{ Zuständen}$$

q_0	$b\!\!\!/$	|	R	q_1
q_0	|	|	L	q_1
q_1	$b\!\!\!/$	|	L	q_0
q_1	|	|	stop	

(a) Geben Sie die Konfigurationsfolge an, die der durch nebenstehende Turingtafel definierte fleißige Biber mit 2 Zuständen durchläuft. / 1

(b) Zeigen Sie: $BB(x) < BB(x + 1)$. / 2

(c) Folgern Sie aus dem folgenden Satz von Rado, dass BB nicht Turing-berechenbar ist. / 1

Ist $f : \mathbb{N} \to \mathbb{N}$ Turing-berechenbar mit $f(x) < f(x + 1)$, so gilt für hinreichend großes x: $f(x) < BB(x)$.

35. LOOP-Programm **4 Punkte**

Schreiben Sie ein LOOP-Programm zur Berechnung der Vorgängerfunktion

$$\text{pred} : \begin{cases} \mathbb{N} \to \mathbb{N} \\ n \mapsto \begin{cases} 0 & \text{falls } n = 0 \\ k & \text{falls } n = k + 1 \end{cases} \end{cases}$$

Als Wertzuweisungen sind nur elementare Anweisungen der Form `X_i := 0` bzw. `X_i := X_j + 1` zugelassen.

Beweisen Sie die Korrektheit des Programms anhand der denotationellen Semantik.

36. Primitiv rekursive Funktionen **4 Punkte**

Zeigen Sie, dass die folgenden Funktionen aus den primitiv rekursiven Grundfunktionen durch Anwendung von Komposition und primitiver Rekursion erzeugt werden können:

$$(a)\ \text{sub} : \begin{cases} \mathbb{N}^2 \to \mathbb{N} \\ (a, b) \mapsto \begin{cases} 0 & \text{falls } a \le b \\ a - b & \text{sonst} \end{cases} \end{cases} \qquad (b)\ \max : \begin{cases} \mathbb{N}^2 \to \mathbb{N} \\ (a, b) \mapsto \begin{cases} a & \text{falls } a \ge b \\ b & \text{sonst} \end{cases} \end{cases}$$

Hinweis: Verwenden Sie sub, um max auszudrücken.

---

[1] siehe auch: `http://www.fmi.uni-stuttgart.de/ti/projects/beaver/bbb.html`