

## Übungen zur „Theoretischen Informatik“, Sommersemester 2007

Nr. 3, Abgabe: Dienstag, 8. Mai 2007 vor der Vorlesung

---

### 7. Entscheidbarkeit des Wortproblems für Typ 1-Grammatiken

4 Punkte

Gegeben sei die Typ-1-Grammatik  $G = (N, \Sigma, P, S)$ . Für  $n, m \in \mathbb{N}$  sei

$$T_m^n := \{\alpha \in (N \cup \Sigma)^* \mid |\alpha| \leq n \text{ und } S \Rightarrow^k \alpha \text{ mit } k \leq m\}$$

die Menge aller Satzformen, die höchstens die Länge  $n$  haben und in bis zu  $m$  Schritten aus dem Startsymbol ableitbar sind.

- (a) Definieren Sie  $T_m^n$  induktiv über  $m \geq 0$ . / 1
- (b) Zeigen Sie, dass ein  $m_0 \geq 0$  existiert, so dass für alle  $m \geq m_0$  gilt:  $T_m^n = T_{m+1}^n$ . / 1
- (c) Beschreiben Sie in Pseudocode einen Algorithmus, der bei Eingabe eines Wortes  $w \in \Sigma^*$  nach endlich vielen Schritten ausgibt, ob  $w \in L(G)$  ist oder nicht. / 2

### 8. Diagonalisierung

4 Punkte

Zeigen Sie mit einer Diagonalisierung, dass es eine entscheidbare Sprache  $L_D$  gibt, die nicht vom Typ 1 ist.

*Hinweis:* Gehen Sie davon aus, dass sowohl  $\mathcal{L}_1(\Sigma)$  als auch  $\Sigma^*$  abzählbar sind und definieren Sie mit einer geeigneten Diagonalisierung eine entscheidbare Sprache, die nicht vom Typ 1 sein kann. Gehen Sie ähnlich wie im Beweis der Vorlesung vor, dass  $\wp(\Sigma^*)$  überabzählbar ist.

### 9. Deterministische endliche Automaten

4 Punkte

Sei  $\Sigma = \{0, 1\}$ . Definieren Sie die folgenden Sprachen über  $\Sigma$  formal und entwickeln Sie deterministische endliche Automaten, die diese Sprachen erkennen:

- (a) Die Menge aller Wörter, die *nicht* auf 10 enden. / 2
- (b) Die Menge aller Wörter, die mit 10 beginnen *oder* aufhören. / 2