

Übungen zur „Theoretischen Informatik“, Sommersemester 2007

Nr. 4, Abgabe: Dienstag, 15. Mai 2007 vor der Vorlesung

10. Teilsommenproblem

4 Punkte

Seien $N \geq 1$ und $\Sigma = \{1, \dots, N\}$.

- (a) Entwerfen Sie einen NFA $\mathcal{O}_N = (Q_N, \Sigma, \delta_N, q_{0N}, F_N)$, mit dem zu einem Wort $p_1 \dots p_k \in \Sigma^*$ überprüft werden kann, ob eine Teilmenge $I \subseteq \{1, \dots, k\}$ mit $\sum_{i \in I} p_i = N$ existiert. / 2

Zum Beispiel soll \mathcal{O}_3 die Wörter 1321, 112 und 23 akzeptieren, die Wörter 11, 22 und 2222 aber nicht.

- (b) Führen Sie eine Potenzmengenkonstruktion für \mathcal{O}_3 durch. / 2

11. Induktionsbeweis

4 Punkte

Sei $\mathcal{O} = (Q, \Sigma, \delta, q_0, F) \in \mathbf{NFA}(\Sigma)$.

Beweisen Sie induktiv, dass für alle $w \in \Sigma^*$ und alle $q, q' \in Q$ gilt: / 2

$$(q, w) \vdash_A^* (q', \varepsilon) \quad \text{genau dann, wenn} \quad q' \in \hat{\delta}(q, w)$$

Hinweis: Beweisen Sie als Hilfsresultat induktiv über die Anzahl der Schritte: / 2

$$(q, va) \vdash_{\mathcal{O}}^* (q_1, a) \iff (q, v) \vdash_{\mathcal{O}}^* (q_1, \varepsilon)$$

für beliebige $q, q_1 \in Q, v \in \Sigma^*, a \in \Sigma$.

12. Abschlusseigenschaften der Sprachklassen der Chomsky-Hierarchie

4 Punkte

Gegeben seien zwei Grammatiken $G_i = (N_i, \Sigma, P_i, S_i)$ ($1 \leq i \leq 2$).

- (a) Definieren Sie Grammatiken zur Erzeugung der Sprachen / 2

- i. $L(G_1) \cup L(G_2)$
- ii. $L(G_1) \cdot L(G_2)$
- iii. $L(G_1)^*$

Begründen Sie jeweils Ihre Antwort.

- (b) Diskutieren Sie, ob Ihre Grammatiken aus (a) typerhaltend sind, d.h. ob sie vom Typ j mit $j \in \{1, 2, 3\}$ sind, falls G_1 und G_2 vom Typ j sind. / 2

Ist es gegebenenfalls möglich, die Konstruktionen aus (a) so zu modifizieren, dass der Typ der Grammatiken erhalten bleibt?