

## Übungen zur „Theoretischen Informatik“, Sommersemester 2007

### Nr. 5, Abgabe: Dienstag, 22. Mai 2007 vor der Vorlesung

Die Leistungskontrollen finden am Dienstag, dem 22. Mai 2007 und am Dienstag, dem 19. Juni 2007 statt.

#### 13. Abschlusseigenschaften

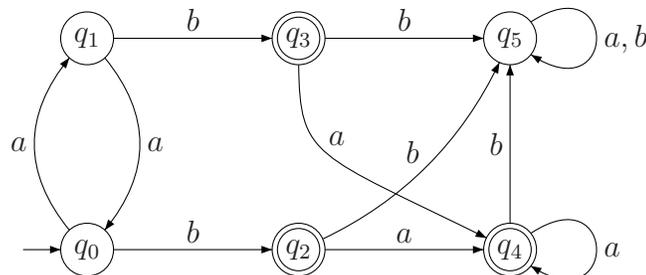
4 Punkte

- (a) Zeigen Sie durch Konstruktion geeigneter DFA's, dass die Sprachen aus  $\mathcal{L}(\Sigma, \text{DFA})$  unter Komplementbildung und Schnitt abgeschlossen sind, d.h. dass es bei gegebenen DFAs  $\mathcal{A}_1$  und  $\mathcal{A}_2$  zur Erkennung der Sprachen  $L(\mathcal{A}_1)$  und  $L(\mathcal{A}_2)$  auch DFAs zur Erkennung von
- i.  $\overline{L(\mathcal{A}_1)} = \Sigma^* \setminus L(\mathcal{A}_1)$
  - ii.  $L(\mathcal{A}_1) \cap L(\mathcal{A}_2)$
- gibt. Dabei sollen keine NFAs als Zwischenschritte benutzt werden. / 2
- (b) Für  $L \subseteq \Sigma^*$  sei  $\text{INIT}(L) := \{u \in \Sigma^* \mid \exists v \in \Sigma^*. uv \in L\}$  die *Präfixsprache* von  $L$ . Zeigen Sie: Falls  $L \in \mathcal{L}(\Sigma, \text{DFA})$ , so gilt auch  $\text{INIT}(L) \in \mathcal{L}(\Sigma, \text{DFA})$ . / 2

#### 14. Satz von Myhill/Nerode

4 Punkte

Sei  $\Sigma = \{a, b\}$ .  $\mathcal{A} = (Q, \Sigma, \delta, q_0, F) \in \text{DFA}(\Sigma)$  sei durch den folgenden Graphen gegeben:



- (a) Welche Sprache  $L$  wird durch den Automaten  $\mathcal{A}$  erkannt? / 1
- (b) Zeigen Sie für dieses Beispiel durch explizite Angabe von  $\varrho_{\mathcal{A}}$  und  $\varrho_L$ , dass  $\varrho_{\mathcal{A}}$  eine Verfeinerung von  $\varrho_L$  ist. / 2
- (c) Geben Sie den Zustandsgraphen des Äquivalenzklassenautomaten für  $L$  an. / 1

#### 15. Automaten mit exponentiell vielen Zuständen

4 Punkte

Seien  $\Sigma = \{0, 1\}$ ,  $n \geq 1$  und  $L_n := \{w \in \Sigma^* \mid \text{der } n\text{-letzte Buchstabe von } w \text{ ist gleich } 1\}$ .

- (a) Definieren Sie einen Automaten  $\mathcal{A}_n \in \text{NFA}(\Sigma)$  mit  $L_n = L(\mathcal{A}_n)$ . / 1
- (b) Zeigen Sie: Jeder DFA für  $L_n$  hat mindestens  $2^n$  Zustände. / 3