PHILIPPS-UNIVERSITÄT MARBURG
Fachbereich Mathematik und Informatik
Prof. Dr. R. Loogen, Dipl.-Inform. J. Beringer

D-35032 Marburg
Hans Meerwein Straße
Lahnberge
7. Dezember 2004

Übungen zur „Technischen Informatik I“, WS 2004/05

Nr. 8, Abgabe: Dienstag, 14. Dezember vor der Vorlesung

A. Hausaufgaben

41. Zehnerkomplement **6 Punkte**

Sei $n \geq 1$. Die Zehnerkomplementdarstellung ganzer Zahlen mit $n+1$ Dezimalziffern verwendet für negative Zahlen $-z$ mit $0 < z \leq 5 * 10^n$ die Dezimaldarstellung von $(10^{n+1} - z)$.

(a) Stellen Sie die folgenden Zahlen im Zehnerkomplement mit 3 Ziffern dar:

$$-125, -413, -1$$

(b) Welcher Zahlbereich wird im Zehnerkomplement mit $(n+1)$ Ziffern abgedeckt?

(c) Geben Sie eine Funktion decode_{10} an, die zu Zehnerkomplementzahlen angibt, welche Zahl dargestellt wird.

(d) Wie können Zehnerkomplementzahlen negiert werden?

(e) Wie kann eine Zehnerkomplementzahl mit $n+1$ Ziffern um k Ziffern auf $n+k+1$ Ziffern erweitert werden?

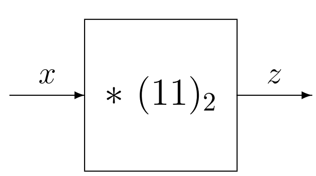
42. von Neumann-Addierwerk **2 Punkte**

Ermitteln Sie für die folgenden Eingaben, wieviele Takte ein achtstelliges von Neumann-Addierwerk zur Bestimmung der Summe benötigt. Welche Ergebnisse sind gültig?

(a) $\begin{array}{r} 1001\,1011 \\ +\;\; 0110\,1001 \end{array}$ (b) $\begin{array}{r} 1001\,1011 \\ +\;\; 0110\,0001 \end{array}$ (c) $\begin{array}{r} 0001\,1011 \\ +\;\; 0110\,1101 \end{array}$

43. Multiplikation mit 3 **4 Punkte**

Entwerfen Sie ein Schaltwerk, das eine beliebig lange vorzeichenlose Binärzahl N mit 3 multipliziert. Die Zahl N werde bitweise, beginnend mit der niedrigstwertigen Stelle, über eine Eingangsleitung x eingegeben. Das Ergebnis $3N$ soll ebenfalls bitweise über eine Ausgangsleitung z ausgegeben werden. Verwenden Sie RS-Flipflops und Halb- oder Volladdierer. Sie können davon ausgehen, dass Flipflops mit 0 initialisiert sind.



Nach dem **IEEE-Standard 754** werden Gleitkommazahlen wie folgt dargestellt:

- Man benutzt eine normierte wissenschaftliche Notation: der Exponent wird so gewählt, dass in der Mantisse genau eine signifikante Stelle vor dem Komma steht. Nachdem dann bei Binärzahlen in jedem Fall eine 1 vor dem Komma steht, wird diese gar nicht gespeichert.
- Bei 32-Bit Zahlen (einfache Genauigkeit, single precision) werden die Bits wie folgt interpretiert: 1 Bit Vorzeichen s / 8 Bits Exponent e / 23 Bits Mantisse m

  Bei 64-Bit Zahlen (doppelte Genauigkeit, double precision) werden die Bits wie folgt interpretiert: 1 Bit Vorzeichen s / 11 Bits Exponent e / 52 Bits Mantisse m
- Der Exponent steht vor der Mantisse, damit Größervergleiche zwischen Gleitkommazahlen nach der Standardmethode möglich sind. Für den Exponenten verwendet man eine verschobene Notation (biased notation), d.h. $00\ldots0$ repräsentiert den kleinsten Exponenten (negativ) und $11\ldots1$ den größten. Bei einfacher Genauigkeit erfolgt eine Verschiebung (bias) um 127, bei doppelter Genauigkeit um 1023.
- Insgesamt berechnet man den Wert einer Gleitkommazahl wie folgt:
  $$(-2)^s * (1 + (m)_2) * 2^{((e)_2 - bias)}$$
- Die Null wird wegen der implizit immer vorhandenen führenden Eins in der Mantisse mit der kleinsten darstellbaren Zahl 2^{-bias} identifiziert (Bitfolge $00\ldots0$).

B. Mündliche Aufgaben

44. IEEE-754 Gleitkommazahlen

    (a) Wandeln Sie die Dezimalzahl $2{,}99999892918$ in eine IEEE-754 Gleitkommazahl (siehe oben) mit einfacher Genauigkeit um. Welche Zahl wird dargestellt?

    (b) Wie groß sind die mit einfacher bzw. doppelter Genauigkeit darstellbaren betragsgrößten und betragskleinsten Zahlen?

    (c) Wie groß ist bei einfacher Genauigkeit die Differenz zwischen

       i. der größten und der zweitgrößten Zahl?

       ii. der betragszweitkleinsten und der betragsdrittkleinsten Zahl?

    (d) Geben Sie eine Gleichung an, um den Exponenten bei einer Gleitkommadarstellung nach IEEE-754 mit einfacher Genauigkeit zu ermitteln. Ermitteln Sie die zur Darstellung der Zahlen 4096, π, -280493 zu wählenden Exponenten.

45. Realisieren Sie ein vierstelliges von Neumann-Addierwerk mit einem integrierten PLA. Das Laden der Operandenregister kann vernachlässigt werden.