PHILIPPS-UNIVERSITÄT MARBURG D-35032 Marburg
Fachbereich Mathematik und Informatik Hans Meerwein Straße
Prof. Dr. R. Loogen Lahnberge

Übungen zur „Praktischen Informatik III“, WS 2005/06

Nr. 12 (letztes Blatt mit Hausaufgaben), Abgabe: 31. 01. vor der Vorlesung

SECD-Maschine / Denotationelle Semantik

A. Hausaufgaben

52. SECD-Maschine — 7 Punkte

Erweitern Sie die in der Vorlesung vorgestellte Haskell-Implementierung der SECD-Maschine (Version mit Auswertung zur Normalform) um Konstanten und Rekursion:

```
data Expr = Var Int | Lambda Int Expr |  App Expr Expr | Ap
          -- Erweiterungen:
          | N Int | Op Operation | If | Fix Int Expr
          deriving (Eq,Show)
data Operation = Plus | Times | Leq  deriving (Eq,Show)
```

Definieren Sie einen Ausdruck `fac`, der die Fakultätsfunktion implementiert und werten Sie mit Ihrer erweiterten Maschine die Applikation `(App fac (N 2))` aus.

53. Alternative Zahlkodierung — 5 Punkte

Mit dem Paarkombinator $P = \lambda\ x\ y\ p.p\ x\ y$ und den Booleschen Kombinatoren $\text{True} = \lambda\ x\ y.x$ und $\text{False} = \lambda\ x\ y.y$ gilt:

$$P\ e_1\ e_2\ \text{True} \Rightarrow^*_\beta e_1 \quad \text{und} \quad P\ e_1\ e_2\ \text{False} \Rightarrow^*_\beta e_2$$

Alternativ zu den Church-Numeralen kann damit die nebenstehende Kodierung natürlicher Zahlen als Paare definiert werden. Geben Sie auf der Basis dieser Zahldarstellung λ-Ausdrücke für

$$\begin{array}{lcl} \lfloor 0 \rfloor & := & I \\ \lfloor n+1 \rfloor & := & P\ False\ \lfloor n \rfloor \end{array}$$

(a) die Nachfolgerfunktion *succ* mit $succ\ \lfloor n \rfloor \Rightarrow^*_\beta \lfloor n+1 \rfloor$ / 1

(b) die Vorgängerfunktion *pred* mit $pred\ \lfloor n+1 \rfloor \Rightarrow^*_\beta \lfloor n \rfloor$ / 1

(c) den Test auf Null *iszero* mit $iszero\ \lfloor 0 \rfloor \Rightarrow^*_\beta \text{True}$ und $iszero\ \lfloor n+1 \rfloor \Rightarrow^*_\beta \text{False}$ / 1

(d) die Addition *add* mit $add \lfloor n \rfloor \lfloor k \rfloor \Rightarrow^*_\beta \lfloor n+k \rfloor$ an. / 2

B. Mündliche Aufgaben

54. SECD-Auswertung

Geben Sie die Zustandsübergänge der SECD-Maschine (ohne Normalformauswertung) bei der Auswertung des Ausdrucks $(S\ K\ I\ K)$ an.

55. Denotationelle Semantik

Bestimmen Sie die denotationelle Semantik der Anweisung

`Z := 0;` **while** `Y <= X` **do** `(Z := Z+1; X := X-Y)`