

## Übungen zur „Praktischen Informatik III“, WS 2006/07

Nr. 11, Abgabe: 16. Januar 2007 vor der Vorlesung

---

27. Substitutionslemma

4 Punkte

Beweisen Sie für beliebige  $\lambda$ -Ausdrücke  $E, M, L \in Expr$  und Variablen  $x, y \in Var$  mit  $x \neq y$ ,  $x \notin free(L)$  und  $y \notin free(M)$ , dass gilt:

$$E[x \mapsto M][y \mapsto L] =_{\alpha} E[y \mapsto L][x \mapsto M].$$

Sie können voraussetzen, dass  $E[x \mapsto M] =_{\alpha} E$ , falls  $x \notin free(E)$  für beliebige  $E, M \in Expr$  und  $x \in Var$ .

28. Kombinatorausdrücke

2 Punkte

Es sei  $S = \lambda x y z. x z (y z)$ . Bestimmen Sie die Normalformen der folgenden Ausdrücke:

(a)  $S S S S$

(b)  $S (S S)$

29. Church-Zahlen

6 Punkte

Es sei  $[n] := \lambda f. \lambda x. f^n x$  für  $n \in \mathbb{N}$ , wobei  $f^0 x = x$  und  $f^{n+1} x = f^n(f x)$  für  $n \in \mathbb{N}$  sei.

(a) Geben Sie geschlossene  $\lambda$ -Ausdrücke für die folgenden arithmetischen Operationen auf Church-Zahlen an (mit Begründung): / 3

i.  $Add [n] [m] \Rightarrow_{\beta}^* [n + m]$

ii.  $Mult [n] [m] \Rightarrow_{\beta}^* [n * m]$

(b) Welche arithmetischen Operationen werden durch die folgenden  $\lambda$ -Ausdrücke definiert: / 3

i.  $\lambda n m f x. m n f x$

ii.  $\lambda n f x. n (\lambda y z. z (y f)) (K x) I$  mit  $K = \lambda x y. x$  und  $I = \lambda x. x$ .