

## Übungen zur „Praktischen Informatik III“, WS 2006/07

Nr. 12 (letztes Blatt in der Wertung), Abgabe: 23. 01. 2007 vor der Vorlesung

### 30. Äquivalenzen

3 Punkte

Sei  $\Leftrightarrow := \Rightarrow_\beta \cup \Leftarrow_\beta$ , wobei  $E_1 \Leftarrow_\beta E_2$  genau dann gelte, wenn  $E_2 \Rightarrow_\beta E_1$ .

Beweisen Sie:

$$\Leftrightarrow^* = \Leftrightarrow_\beta^*$$

Dabei bezeichnet  $\Leftrightarrow^*$  die reflexive, transitive Hülle von  $\Leftrightarrow$  und  $\Leftrightarrow_\beta^*$  die durch  $\Rightarrow_\beta$  induzierte Äquivalenzrelation auf  $\lambda$ -Ausdrücken.

### 31. Fixpunktkombinatoren

3 Punkte

(a) Zeigen Sie, dass für den Turingschen Fixpunktkombinator

/ 1

$$\Theta = (\lambda x y.y (x x y)) \lambda x y.y (x x y)$$

gilt:  $\Theta E \Rightarrow_\beta^* E (\Theta E)$  für beliebige  $\lambda$ -Ausdrücke  $E$ .

(b) Zeigen Sie, dass  $F$  mit der folgenden Definition ein Fixpunktkombinator ist, d.h. dass  $F E \Leftrightarrow_\beta^* E (F E)$  für beliebige  $\lambda$ -Ausdrücke  $E$ .

/ 2

$$F = \underbrace{G G G \dots G}_{26}$$

$$G = \lambda a b c d e f g h i j k l m n o p q s t u v w x y z r.$$

*r(dasisteinfixpunktkombinator)*

### 32. Kombinatorausdrücke

6 Punkte

Gegeben seien die folgenden Deklarationen:

```
data Exp = Var String | App Exp Exp | Lam String Exp
        -- Lambda-Ausdrücke
        | S | K | I   -- Kombinatoren
        | M | N | P   -- Platzhalter für Ausdrücke (für Teil (c))
        deriving Eq
```

(a) Schreiben Sie eine Haskell-Funktion `trans :: Exp -> Exp` zur Transformation von  $\lambda$ -Ausdrücken in Kombinatorausdrücke.

/ 2

(b) Wenden Sie die Transformationsfunktion auf die folgenden  $\lambda$ -Ausdrücke an:

/ 1

i.  $\text{lam}K = \lambda x y.x$                       ii.  $\text{lam}S = \lambda x y z.x z (y z)$

(c) Zeigen Sie, dass für beliebige  $\lambda$ -Ausdrücke  $M$ ,  $N$  und  $P$  gilt:

/ 3

i.  $(\text{trans lam}K) M N \xRightarrow{*}_C M$     ii.  $(\text{trans lam}S) M N P \xRightarrow{*}_C M P (N P)$

*Hinweis:* Diese Aussagen können von Hand gezeigt werden oder indem Sie eine Auswertungsfunktion für Kombinatorausdrücke implementieren und anwenden. Hierzu wurden in obiger Deklaration bereits die Platzhalterausdrücke M, N und P vorgesehen.