

Übungen zur „Praktischen Informatik III“, WS 2006/07

Nr. 12 (letztes Blatt in der Wertung), Abgabe: 23. 01. 2007 vor der Vorlesung

30. Äquivalenzen

3 Punkte

Sei $\Leftrightarrow := \Rightarrow_\beta \cup \Leftarrow_\beta$, wobei $E_1 \Leftarrow_\beta E_2$ genau dann gelte, wenn $E_2 \Rightarrow_\beta E_1$.

Beweisen Sie:

$$\Leftrightarrow^* = \Leftrightarrow_\beta^*$$

Dabei bezeichnet \Leftrightarrow^* die reflexive, transitive Hülle von \Leftrightarrow und \Leftrightarrow_β^* die durch \Rightarrow_β induzierte Äquivalenzrelation auf λ -Ausdrücken.

31. Fixpunktkombinatoren

3 Punkte

(a) Zeigen Sie, dass für den Turingschen Fixpunktkombinator

/ 1

$$\Theta = (\lambda x y.y (x x y)) \lambda x y.y (x x y)$$

gilt: $\Theta E \Rightarrow_\beta^* E (\Theta E)$ für beliebige λ -Ausdrücke E .

(b) Zeigen Sie, dass F mit der folgenden Definition ein Fixpunktkombinator ist, d.h. dass $F E \Leftrightarrow_\beta^* E (F E)$ für beliebige λ -Ausdrücke E .

/ 2

$$F = \underbrace{G G G \dots G}_{26}$$

$$G = \lambda a b c d e f g h i j k l m n o p q s t u v w x y z r.$$

r(dasisteinfixpunktkombinator)

32. Kombinatorausdrücke

6 Punkte

Gegeben seien die folgenden Deklarationen:

```
data Exp = Var String | App Exp Exp | Lam String Exp
        -- Lambda-Ausdrücke
        | S | K | I   -- Kombinatoren
        | M | N | P   -- Platzhalter für Ausdrücke (für Teil (c))
        deriving Eq
```

(a) Schreiben Sie eine Haskell-Funktion `trans :: Exp -> Exp` zur Transformation von λ -Ausdrücken in Kombinatorausdrücke.

/ 2

(b) Wenden Sie die Transformationsfunktion auf die folgenden λ -Ausdrücke an:

/ 1

i. $\text{lam}K = \lambda x y.x$

ii. $\text{lam}S = \lambda x y z.x z (y z)$

(c) Zeigen Sie, dass für beliebige λ -Ausdrücke M , N und P gilt:

/ 3

i. $(\text{trans lam}K) M N \xrightarrow{*}_C M$ ii. $(\text{trans lam}S) M N P \xrightarrow{*}_C M P (N P)$

Hinweis: Diese Aussagen können von Hand gezeigt werden oder indem Sie eine Auswertungsfunktion für Kombinatorausdrücke implementieren und anwenden. Hierzu wurden in obiger Deklaration bereits die Platzhalterausdrücke M, N und P vorgesehen.