



Übungen zu „Konzepte von Programmiersprachen“, WS 2010/11

Prof. Dr. R. Loogen · Fachbereich Mathematik und Informatik · Hans-Meerwein-Straße, D-35032 Marburg

Nr. 12, Abgabe: Dienstag, 25. Januar 2011 vor der Vorlesung

31. Normalformbestimmung und β -Äquivalenzen

4 Punkte

Es seien $B = \lambda x y z. x (y z)$ und $C = \lambda x y z. x z y$. S , K und I bezeichnen die in der Vorlesung definierten Kombinatoren der kombinatorischen Logik.

(a) Bestimmen Sie die Normalformen der folgenden Ausdrücke:

i. $S S S S$

ii. $S (S S)$

/ 1+1

(b) Beweisen oder widerlegen Sie die folgenden β -Äquivalenzen:

i. $S (K S) K \Leftrightarrow^*_{\beta} B$

ii. $B (B I) (B K I) \Leftrightarrow^*_{\beta} C$

/ 1+1

32. Alternative Zahlkodierung

5 Punkte

Mit dem Paarkombinator $P = \lambda x y p.p x y$ und den Booleschen Kombinatoren $\text{True} = \lambda x y.x$ und $\text{False} = \lambda x y.y$ gilt:

$$P e_1 e_2 \text{True} \Rightarrow^*_{\beta} e_1 \quad \text{und} \quad P e_1 e_2 \text{False} \Rightarrow^*_{\beta} e_2$$

Alternativ zu den Church-Zahlen kann damit die nebenstehende Kodierung natürlicher Zahlen als Paare definiert werden. Geben Sie auf der Basis dieser Zahldarstellung λ -Ausdrücke für

$[0]$	$:= I$
$[n + 1]$	$:= P \text{False} [n]$

(a) die Nachfolgerfunktion succ mit $\text{succ} [n] \Rightarrow^*_{\beta} [n + 1]$

/ 1

(b) die Vorgängerfunktion pred mit $\text{pred} [n + 1] \Rightarrow^*_{\beta} [n]$

/ 1

(c) den Test auf Null iszero mit $\text{iszero} [0] \Rightarrow^*_{\beta} \text{True}$ und $\text{iszero} [n + 1] \Rightarrow^*_{\beta} \text{False}$

/ 1

(d) die Addition add mit $\text{add} [n] [k] \Rightarrow^*_{\beta} [n + k]$ an.

/ 2

Hinweis: Verwenden Sie einen Fixpunktkombinator!

33. Fixpunktkombinatoren

3 Punkte

(a) Zeigen Sie, dass für den Turingschen Fixpunktkombinator

/ 1

$$\Theta = (\lambda x y.y (x x y)) \lambda x y.y (x x y)$$

gilt: $\Theta E \Rightarrow^*_{\beta} E (\Theta E)$ für beliebige λ -Ausdrücke E .

(b) Zeigen Sie, dass F mit der folgenden Definition ein Fixpunktkombinator ist, d.h. dass $F E \Leftrightarrow^*_{\beta} E (F E)$ für beliebige λ -Ausdrücke E .

/ 2

$$F = \underbrace{G G G \dots G}_{26}$$

$$G = \lambda a b c d e f g h i j k l m n o p q s t u v w x y z r.$$

r (das ist ein fixpunktkombinator)