

Übungen zur NUMERIK II - ENDLICHDIMENSIONALE PROBLEME  
6. Aufgabenblatt

**Aufgabe 19** Gegeben seien die Matrizen (2)

$$A := \begin{pmatrix} 1 & \sqrt{2} & 0 & 0 \\ \sqrt{2} & 2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 3 & \sqrt{2} \\ 0 & 0 & \sqrt{2} & 2 \end{pmatrix}, \quad B := \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 10^{-5} & 0 \\ 0 & 10^{-5} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}.$$

- Berechnen Sie die Eigenwerte von  $A$ .
- Schätzen Sie die Eigenwerte von  $C := A + B$  mit Hilfe von Satz 1.6.2 ab.

**Aufgabe 20** Gegeben sei die Matrix (2)

$$A := \begin{pmatrix} 2 & 0 & 0 & 0 \\ -5 & 5 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & -1 \\ 0 & 0 & -1 & 7 \end{pmatrix}.$$

Es sei das Paar  $(x, \lambda) := (e^{(4)}, 7)$  eine Eigenvektor/Eigenwert-Näherung der Matrix  $A$ . Leiten Sie mit Hilfe von Satz 1.6.3 a) eine Fehlerabschätzung für  $\lambda$  her.

**Bitte wenden!**

**Aufgabe 21** a) Berechnen Sie durch Abschätzung der Eigenwerte mit Hilfe des Gerschgorin- (4)  
Satzes für die Matrix

$$A := \begin{pmatrix} 5.2 & 0.6 & 2.2 \\ 0.6 & 6.4 & 0.5 \\ 2.2 & 0.5 & 4.7 \end{pmatrix}$$

eine obere Schranke für  $\text{cond}_2(A)$ .

b) Schätzen Sie mindestens einen Eigenwert der Matrix

$$B := \begin{pmatrix} 1 & 10^{-3} & 10^{-4} \\ 10^{-3} & 2 & 10^{-3} \\ 10^{-4} & 10^{-3} & 3 \end{pmatrix}$$

möglichst genau ab. *Hinweis zu b)*: Verwenden Sie den Satz von Gerschgorin und eine Transformation  $A \rightarrow D^{-1}AD$ ,  $D$  eine geeignete Diagonalmatrix.

**Aufgabe 22** Berechnen Sie die Singulärwertzerlegung der Matrix  $A := \frac{1}{3\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 0 & 4 \\ 6 & 2 \\ 3 & 5 \end{pmatrix}$ . (3)

**Abgabe:** Mittwoch, 02.12.09, vor der Vorlesung